

STERN-GERLACH-MEDAILLE

# Rechnen mit Quanten

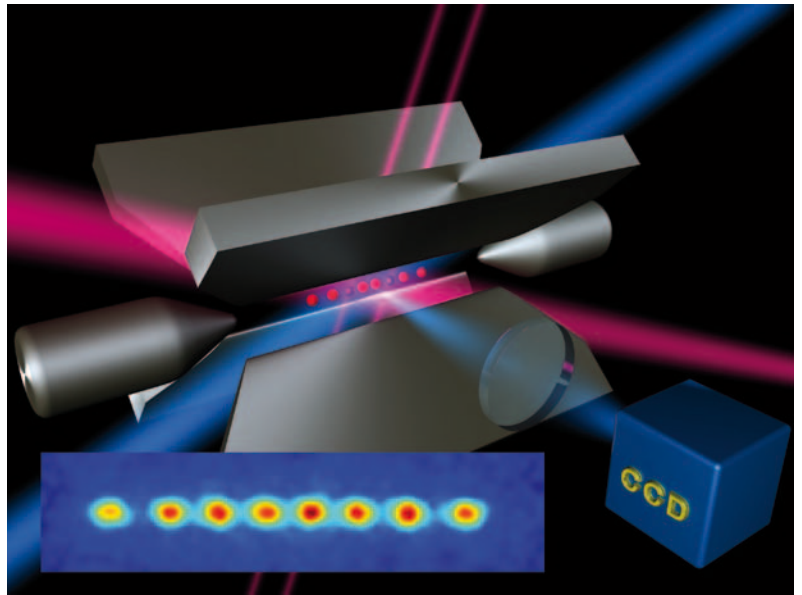
In den letzten Jahren ist es gelungen, eine Reihe von Quantenzuständen und einfachen Quantenalgorithmen zu realisieren.

Rainer Blatt

In nicht allzu ferner Zukunft werden konventionelle Computer zwangsläufig an ihre Grenzen stoßen. Einen Ausweg könnten Quantencomputer bieten, die sich Superposition und Verschränkung zunutze machen. Quantencomputer mit einigen wenigen gespeicherten Ionen als elementaren Bausteinen liefern bereits heute vielversprechende Ergebnisse bei der Erzeugung nicht-klassischer Zustände sowie der Simulation von quantenmechanischen Systemen.

Seit Jahrzehnten verdoppelt sich etwa alle 18 Monate die Rechenleistung von Computern – empirisch beschrieben durch das Mooresche Gesetz, das einer der Gründungsväter der Firma Intel, Gordon Moore, 1965 formulierte. Seither folgt die Computertechnologie der dadurch vorgegebenen „roadmap“, vor allem durch fortschreitende Miniaturisierung, also immer kleinere Schaltelemente. Bei gleichbleibender Entwicklung müsste irgendwann im nächsten Jahrzehnt ein einzelnes Atom für die Darstellung eines Bits erhalten. Spätestens dann wäre es erforderlich, die Gesetze der Quantenphysik für das Rechnen heranzuziehen. Aber schon in den 1980er-Jahren überlegten David Deutsch und Richard Feynman, wie die Quantenphysik beim Rechnen helfen kann. Feynman hat als mögliche Anwendung zum Beispiel daran gedacht, die komplizierte Schrödinger-Gleichung eines Vielteilchensystems mithilfe eines anderen Quantensystems nachzubilden und zu simulieren, statt sie mühsam und unter großem Aufwand auf klassischen Computern zu berechnen. Dies waren damals aber rein akademische Überlegungen, da unklar war, ob und wie sich ein solcher Quantenrechner überhaupt realisieren ließe.

Als eigenständiges Forschungsfeld etablierte sich die Quanteninformationsverarbeitung ab Mitte der 1990er-Jahre. Auslöser dafür war die Entwicklung von Quantenalgorithmen, die eine sehr schnelle Lösung einiger wichtiger Probleme, wie die Faktorisierung großer Zahlen oder die Suche in Datenbanken, versprechen. Seither wurden verschiedenste Systeme für das Rechnen mit Quanten untersucht. Ignacio Cirac und Peter Zoller von der Universität Innsbruck schlugen 1995 einen der bislang erfolgreichsten Ansätze vor, der darauf beruht, Ionen in einer Paul-Falle zu manipulieren [1]. Zwei interne Zustände der Ionen dienen dabei als Quantenbits (kurz Qubit), in denen die Quanteninformation gespeichert ist:  $|\psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$ . Die



Beim Innsbrucker Quantencomputer ist eine Kette von  $\text{Ca}^+$ -Ionen in einer linearen Paul-Falle gespeichert. Laserstrahlen, die global auf alle Ionen oder lokal auf einzelne wirken, manipulieren die in einem langlebigen Zwei-Niveau-

System (Qubit) der Ionen kodierte Quanteninformation. Zudem kühlen Laser die Ionen bzw. regen sie zur Fluoreszenz an, die mit einer CCD-Kamera beobachtet wird (Inset).

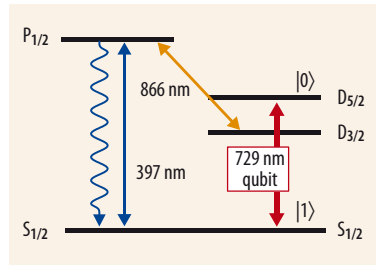
einzelnen Qubits lassen sich mithilfe von adressierten Laserstrahlen verarbeiten, wobei die Bewegung der Ionen in der Falle verwendet wird, um die logischen Gatteroperationen zwischen den Qubits zu erzeugen [2]. Für den Bau eines universellen Quantencomputers reichen demnach zwei einfache Gatteroperationen und deren Kombinationen aus: Bei den sog. Ein-Qubit-Rotationen steuert man mit dem Laser gezielt einzelne

## KOMPAKT

- Mit zwei Arten von Quantengattern, die auf ein bzw. mehrere Qubits wirken, lässt sich ein universeller Quantencomputer bauen.
- Das sog. Mølmer-Sørensen-Gatter ist besonders robust und erlaubt daher Operationen mit einer größeren Zahl von Qubits. Damit gelang es bereits, bis zu 14 Qubits zu verschränken.
- Ein digitaler Quantensimulator beruht darauf, dass sich der Hamilton-Operator eines Systems mithilfe der Trotter-Entwicklung in unitäre Operationen zerlegen lässt, die kleinen Zeitschritten entsprechen.
- Mit einem solchen Simulator war es bereits möglich, ein Ising-System mit vier Spins zu simulieren.

Prof. Dr. Rainer Blatt, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Institut für Quanteninformation Innsbruck, Österreichische Akademie der Wissenschaften – Preisträgerartikel anlässlich der Verleihung der Stern-Gerlach-Medaille 2012 auf der DPG-Jahrestagung in Berlin.

**Abb. 1** Niveauschema des  $\text{Ca}^+$ -Ions. Das Qubit ist in den Zuständen  $|0\rangle \triangleq D_{5/2}$ ,  $|1\rangle \triangleq S_{1/2}$  kodiert. Das Ion befindet sich im Zustand  $|1\rangle$  bzw.  $|0\rangle$ , wenn Fluoreszenz beobachtet bzw. nicht beobachtet wird.



Ionen an, während die zweite Operation das quantenmechanische Analogon eines Booleschen XOR-Gatters ist. Die klassische XOR-Operation invertiert ein Bit, wenn ein Kontroll-Bit gesetzt ist, d. h. sie involviert zwei Bits. Das quantenmechanische Analogon – die CNOT-Operation (controlled NOT) – unterscheidet sich davon fundamental, da es auch für Überlagerungen gelten muss und daher verschränkte Zustände erzeugt. Das entsprechende Zwei-Qubit-Gatter lässt sich ebenfalls mit Laserlichtimpulsen bestimmter Frequenz und Dauer unter Anregung der Ionenbewegung realisieren. Wichtig für diesen Ansatz ist, dass alle Ionen eines Quantenregisters stets in den Grundzustand der harmonischen Bewegung, die sie in dem Fallenpotential ausführen, zu kühlen sind.

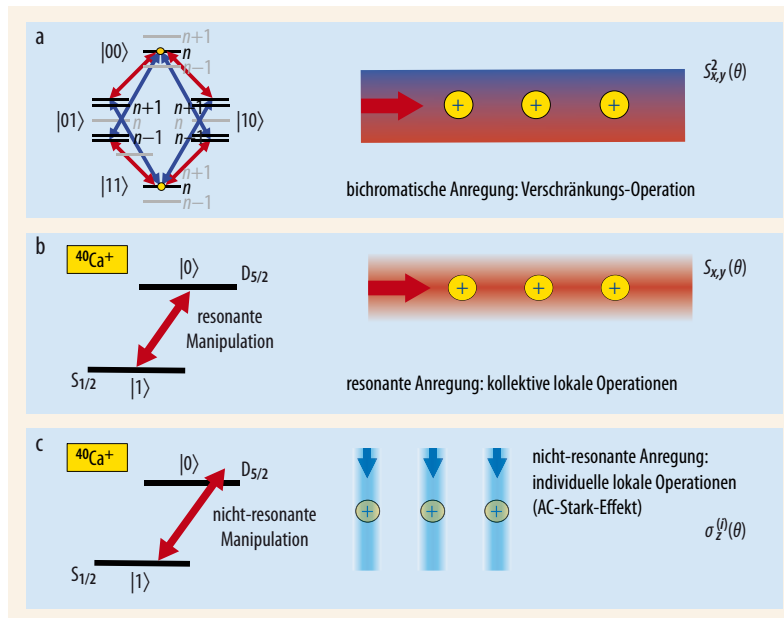
Die Anleitung für den Bau eines Quantencomputers war damit vorgegeben (Abb. auf S. 35): (i) Speichere Ionen als Träger der Quanteninformation in einer linearen Paul-Falle, (ii) kühle sie in den Grundzustand der harmonischen Schwingung in der Falle, (iii) adressiere Laserstrahlen bestimmter Frequenz und (iv) lasse sie für eine bestimmte Zeit mit den Ionen wechselwirken. Auf diese Weise entsteht ein universeller Quantencomputer, der durch Laserkühlung initialisiert wird und den lokale Operationen in seinen Anfangszustand

versetzen. Programmiert wird er mit einer bestimmten Abfolge der Gatteroperationen, d. h. einer bestimmten Sequenz von Laserlichtimpulsen, welche die Ionen adressieren. Auszulesen ist der Ionenfallen-Quantencomputer schließlich dadurch, dass die Besetzung der individuellen Zwei-Niveau-Systeme gemessen wird, in der Regel durch Fluoreszenzlicht der gespeicherten Ionen. **Abb. 1** zeigt das Niveauschema der verwendeten  $\text{Ca}^+$ -Ionen.

### Quantenzustände und Quantenprozesse

Mithilfe eines Quantencomputers nach dem Cirac-Zoller-Prinzip ist es uns in Innsbruck in den letzten Jahren gelungen, eine ganze Reihe von Quantenzuständen und einfachen Quantenalgorithmen zu realisieren [3]. Dazu gehörten die Verschränkung von bis zu acht Ionen in einem „W-Zustand“, einer Überlagerung aller Zustände von allen acht Qubits, die genau eine Anregung tragen. Weitere Erfolge waren der Nachweis der Teleportation sowie des Verschränkungsaustauschs („entanglement swapping“) für die Übertragung von Quanteninformation zwischen atomaren Speicherstellen und die Realisierung eines Drei-Qubit-Gatters, das für komplexere Rechenoperationen nötig ist, sowie einer Reihe einfacher Quantenalgorithmen und nicht-klassischer Zustände.

Zur Analyse der Quantenzustände sowie der Quantenprozesse wurde dabei stets die Dichtematrix des gesamten Systems bzw. die sog. charakteristische Prozessmatrix vollständig gemessen. Letztere beschreibt den Transfer von beliebigen Eingangszuständen in Ausgangszustände [4]. Diese Analyse beinhaltet sehr viele Ein-Qubit-Rotationen und projektive Messungen. Für kleine Registerlängen, d. h. wenige Qubits, lässt sich eine solche Zustands- bzw. Prozessstomographie experimentell durchführen. Aber bereits bei einem vollständig verschränkten 8-Qubit-Zustand musste der Quantenrechner rund zehn Stunden ununterbrochen laufen, und etwa 6500 Rotationen/Einstellungen waren nötig, die jeweils 100-mal gemessen wurden [3]. Aufgrund der statistischen Messunsicherheiten erfolgt anschließend ein aufwändiges numerisches Verfahren, um die Dichtematrix zu bestimmen, die den gemessenen Daten am nächsten kommt. Für den verschränkten 8-Qubit-Zustand dauerte dies mehrere Tage auf einem leistungsfähigen Computercluster. Ein Quantenregister vollständig zu charakterisieren, ist also sehr aufwändig; entsprechend schwer ist es, einen Quantenrechner zu „debuggen“. Andererseits liefern diese Methoden die vollständige Information über den Inhalt der Quantenregister und die Funktion der Prozesse. Damit lässt sich die Qualität der erzeugten Quantenzustände bzw. der dafür notwendigen Prozesse beurteilen, indem man vergleicht, wie nahe ein gemessener Zustand bzw. ein vollständiger Prozess dem idealen Ergebnis kommt. Ein Maß dafür ist der Überlapp zwischen dem idealen und dem realen Zustand oder Prozess („fidelity“ oder Güte).



**Abb. 2** Für den Ionenfallen-Quantenrechner steht als verschränkende Operation die Mølmer-Sørensen-Operation zur Verfügung (a), die mithilfe bichromatischer Zwei-Photonen-Anregungen mehrere Ionen miteinander verschränken kann. Resonante Anregungen mit

einem globalen Laserstrahl erzeugen kollektive Ein-Qubit-Rotationen (b), und nicht-resonante adressierte Anregung führt aufgrund des AC-Stark-Effekts zu Phasenverschiebungen, die durch den Pauli-Operator  $\sigma_z$  beschrieben werden.

## Gatteroperationen hoher Güte

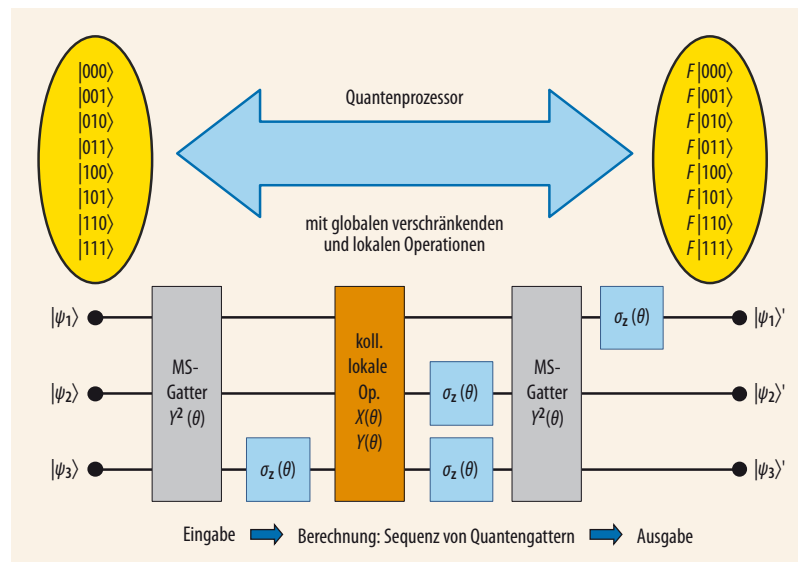
Für größere Quantenregister ist es immer schwieriger, die gesamte Ionenkette stets im Grundzustand der harmonischen Bewegung zu halten, wie der Vorschlag von Cirac und Zoller verlangt. Dies begrenzt die Güte der einzelnen Operationen und schränkt somit die Anzahl der maximal möglichen Gatteroperationen ein, sodass komplexere Rechenvorgänge nicht möglich waren. Einen Ausweg bietet ein neuer Satz von universellen Quantengattern, der höhere Güten auch für größere Register erlaubt.

Statt mit CNOT-Gattern lässt sich ein universeller Quantencomputer auch mit anderen verschränkenden Gattern, d. h. nicht-lokalen Operationen, kombiniert mit lokalen Operationen bauen. Bereits 1999 schlugen Klaus Mølmer und Anders Sørensen ein solches Gatter vor [5], das David Wineland und seine Gruppe nur wenig später erstmals mit Quantenbits realisierten, die mit Hyperfein-Zuständen kodiert sind [6]. Da dieses Gatter nur in zweiter Ordnung von der Ionenbewegung abhängt, sollte es weniger anfällig auf eine restliche Ionenbewegung reagieren. Christian Roos in Innsbruck untersuchte, ob sich die Mølmer-Sørensen-Gatter (MS) für unsere optischen Qubits in den gespeicherten  $\text{Ca}^+$ -Ionen eignen [7]. Wir konnten zeigen, dass damit hohe Güten von mehr als 99 % möglich sind und dass auch eine Restanregung der Ionenbewegung die Gattergüte nur wenig beeinflusst [8]. Selbst eine Anregung von 18 Phononen mindert die Güte nur um etwa ein Prozent. Wir nehmen adressierte Ein-Qubit-Rotationen nicht-resonant vor, um die Anregung benachbarter Ionen zu verringern, die auch bei einem stark fokussierten Laserstrahl und bei Ionenabständen von einigen Mikrometern nie ganz zu verhindern sind. Außerdem nutzen wir aus, dass sich (lokale) Ein-Qubit-Rotationen auch mit dem globalen Strahl an allen Ionen gleichzeitig vornehmen lassen. Daraus resultiert ein universeller Satz von Gatteroperationen, den wir derzeit in unserem Ionenfallen-Quantencomputer verwenden (Abb. 2). Jeder Algorithmus ist in eine (nicht eindeutige) Folge von diesen Operationen zerlegbar.

Eine bichromatische Anregung, d. h. das gleichzeitige Einstrahlen von Lichtfeldern der Frequenzen  $\omega_r$  und  $\omega_b$ , realisiert die Operationen des MS-Gatters: Dabei ist das rote Seitenband  $\omega_r$  von der Resonanzfrequenz des Atoms um die Fallenfrequenz  $-\nu$  und einen kleinen Wert  $-\delta$  verstimmt, das blaue Seitenband  $\omega_b$  um  $+\nu$  und  $+\delta$ . Dies ermöglicht Zwei-Photonen-Übergänge, und es gibt vier verschiedene nahezu resonante Übergangsamplituden, die interferieren können (Abb. 2). Wie Mølmer und Sørensen gezeigt haben, hängt die Übergangswahrscheinlichkeit dadurch nur in zweiter Ordnung von den Zwischenzuständen ab, in denen die Bewegung angeregt ist [5]. Bei richtig gewählter Impulsdauer kann auf diese Weise ein bichromatischer Laserlichtimpuls aus einem präparierten Grundzustand  $|gg\rangle$  zweier Ionen einen Bell-Zustand, also eine Superposition  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|gg\rangle + i|ee\rangle)$ , erzeugen.<sup>1)</sup>

Die MS-Operation lässt sich direkt verallgemeinern, da auch mehrere Ionen alle mit der gleichen Bewegungsfrequenz schwingen und damit angeregt werden. Für mehrere Qubits ergibt sich eine effektive Anregung des Typs  $S_x^2 \propto \sum_{i \neq j} \sigma_x^i \sigma_x^j$  (effektive Spin-Spin-Wechselwirkung), wobei  $S_k = \sum_i \sigma_k^i$ ,  $k = x, y, z$ , die kollektiven, aber lokal wirkenden Ein-Qubit-Rotationen beschreibt und  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  die Pauli-Matrizen sind. Die adressierten nicht-resonanten Anregungen führen zu einem AC-Stark-Effekt und somit zu  $\sigma_z$ -Rotationen. Somit resultiert ein alternativer universeller Satz von Quantengattern, der gegenüber dem ursprünglichen Vorschlag von Cirac und Zoller nicht nur hohe Güten bietet, sondern auch verschiedene Kombinationen für ein und denselben Algorithmus ermöglicht. Dies erlaubte die Entwicklung eines optimierenden Compilers, der die zu berechnenden Probleme, die alle in einer Hochsprache als Abfolge von Standard-Quantengattern (z. B. Hadamard-Operationen, CNOT-Gatter, Toffoli-Gatter, etc.) zu formulieren sind, in eine optimierte Folge von Laserlichtimpulsen unterschiedlicher Frequenz und Dauer umsetzt. Erst dadurch wurde eine Reihe von Algorithmen für unseren Ionenfallenquantencomputer zugänglich. Der eigentliche Rechenvorgang mit Quanten findet nun nach Initialisierung des Registers und Setzen des Anfangszustands (in allgemeinsten Form eine Superposition) durch eine Folge von Laserlichtimpulsen statt, die alle von der in Abb. 2 dargestellten und oben beschriebenen Form sind (Abb. 3). Das Ergebnis ergibt sich am Ende der Operationen als Superposition aller Zustände des Registers, dessen Zustand gemessen wird, um die klassische Information auszulesen.

<sup>1)</sup> Während mit  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  die logischen Zustände gemeint sind, stehen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  für die Zustände eines allgemeinen Zwei-Niveau-Systems.



**Abb. 3** Der Ionenfallen-Quantencomputer geht von einem initialisierten Eingangsregister aus, das allgemein in einer Superposition vorliegen kann (links). Der Rechenprozess wird als Abfolge von global verschränkenden Mølmer-Sørensen-Operationen (MS), lokalen kollektiven und lokal adressierten Ein-Qubit-Operationen implementiert. Dies entspricht

einer unitären Operation und ist daher vollständig reversibel. Das Ergebnis der Rechnung steht als Interferenzmuster aller möglichen Rechenwege am Ende der Gatteroperationen im Quantenregister (rechts), und eine Messung der einzelnen Qubits ergibt die gewünschte klassische Information.

## Viele verschränkte Teilchen und Metrologie

Die MS-Gatteroperationen erlauben es, mit nur einem bichromatischen Lichtimpuls direkt sog. GHZ-Zustände zu erzeugen. Diese nach Greenberger, Horne und Zeilinger benannten Zustände haben die Form

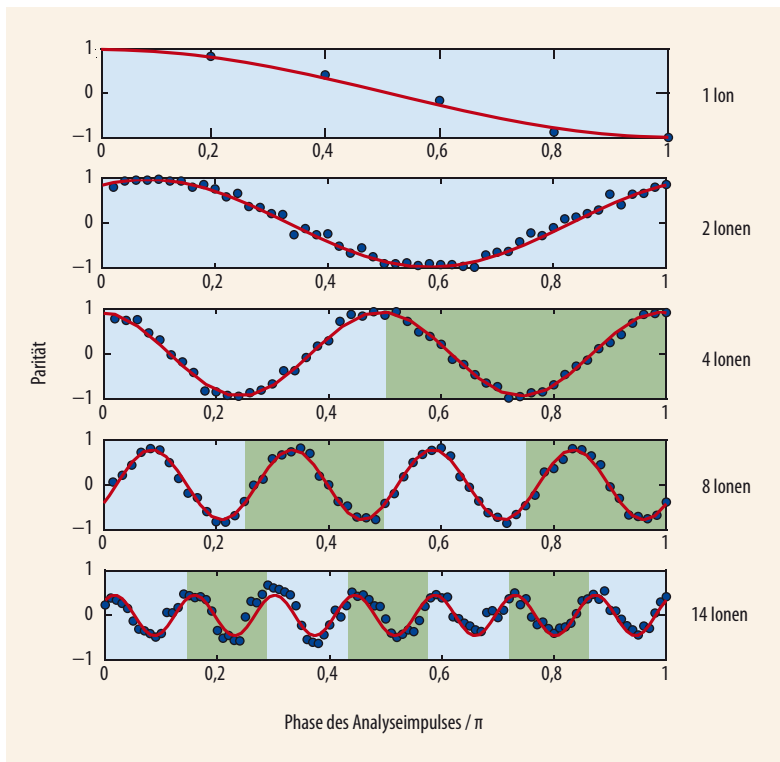
$$|gg\dots\rangle + |ee\dots\rangle,$$

d. h. sie sind maximal verschränkte Zustände von  $n$  Qubits. Eine solche Verschränkung geht mit charakteristischen Quantenkorrelationen einher, die sich dadurch zeigen, dass die Phasenentwicklung  $n$ -mal schneller ist als bei einem einzelnen Zwei-Niveau-System. Das ist zu beobachten, wenn man nach einem Anregungsimpuls eine Verzögerungszeit  $\tau$  wartet und dann mit einem Analyseimpuls, dessen Phase gegenüber dem Anregungsimpuls um  $\varphi$  verschoben ist, die Phasenentwicklung misst. Bei einem einzelnen Qubit erzeugt der erste Lichtimpuls einfach eine Überlagerung des Zwei-Niveau-Systems, und der zweite fragt deren Phase nach einer Wartezeit  $\tau$  ab,

$$|g\rangle \rightarrow |g\rangle + |e\rangle \xrightarrow{\tau} |g\rangle + e^{-i\varphi}|e\rangle. \quad (1)$$

Bei Variation der Phase  $\varphi$  entsteht eine einfache Oszillation (Abb. 4 oben). Dies entspricht einem klassischen Ramsey-Experiment, wie es für Atomuhren standardmäßig üblich ist [2]. Für GHZ-Zustände mit  $n$  Qubits ist die Oszillation entsprechend schneller,

$$|gg\dots\rangle \rightarrow |gg\dots\rangle + |ee\dots\rangle \xrightarrow{\tau} |gg\dots\rangle + e^{-in\varphi}|ee\dots\rangle. \quad (2)$$



**Abb. 4** Für einen einen GHZ-Zustand mit  $n = 2, 4, 8, 14$  verschränkten Ionen oszilliert das Paritätssignal (siehe Text)  $n$ -fach, wenn die Phase  $\varphi$  der analysierenden Lichtimpulse um  $2\pi$  variiert (hier ist nur die Variation um  $\pi$  dargestellt).

Das obere Diagramm zeigt das Ergebnis für ein Ion, die farbigen Streifen zeigen jeweils eine  $2\pi$ -Periode der Oszillationen. Aus der Amplitude des Signals lässt sich die Güte der  $n$ -Teilchen-Verschränkung erschließen.

Auch hier kommt das Ramsey-Verfahren zum Einsatz, d. h. man misst, wie häufig sich das System nach der Wartezeit bei gegebener Phase im gleichen Zustand befindet, also korreliert ist. Daraus folgt das Paritätssignal, das Wahrscheinlichkeiten für Zustände mit gerader Anzahl von Anregungen aufaddiert und jene für ungerade Anzahl subtrahiert [6]. Da dieses Signal für GHZ-Zustände  $n$ -mal schneller oszilliert als das einfache Ramsey-Signal, ist die Methode als Super-Ramsey-Spektroskopie bekannt. Die Verschränkung zeigt sich selbst mit 14 Ionen in der linearen Falle (Abb. 4) [9].

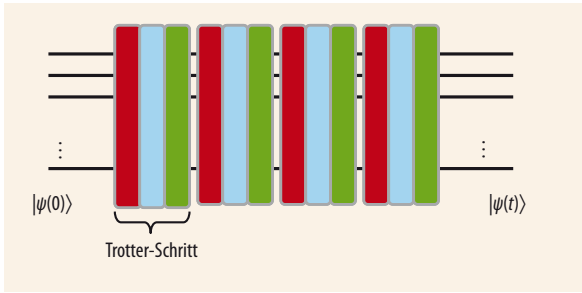
Solche GHZ-Zustände lassen sich in Interferometern einsetzen, bei denen größere Phasenempfindlichkeit gewünscht ist, z. B. für Präzisionsmessungen in Frequenznormalen [2]. Allerdings ist der Preis dafür eine höhere Anfälligkeit für Phasenstörungen, sodass die Kohärenzzeit solcher Zustände geringer ist. Inwieweit die höhere Empfindlichkeit tatsächlich nutzt, hängt von den experimentellen Gegebenheiten, z. B. der Stabilität äußerer Felder, und vor allem der Stabilität der Spektroskopielaser ab. Im Prinzip zeigt dies aber, wie bereits einfache Methoden der Quanteninformation Messverfahren verbessern können.

## Quantensimulationen

Die verschränkten Ketten mit bis zu 14 Ionen sind die größten Quantenregister, die bislang für Quantenrechner verfügbar sind. Relevante Rechenanwendungen, z. B. die Faktorisierung großer Zahlen mithilfe des Shor-Algorithmus, erfordern aber wohl mehr als  $10^5$  Qubits und sind daher in naher Zukunft nicht zu erreichen. Andererseits stellen aber bereits ab-initio-Rechnungen von Quantensystemen mit nur einigen zehn wechselwirkenden Spins klassische Rechner vor größere Probleme. So begrenzen Speicher- und Rechenkapazität selbst der größten Supercomputer heute die Berechnung von Spin-Ensembles (bei allgemeinsten Wechselwirkung) auf Systeme mit maximal 40 bis 50 Teilchen.

Richard Feynman hat in den 80er-Jahren vorgeschlagen, quantenmechanische Systeme direkt zu nutzen, um solche Probleme anzugehen. Ein Spin  $1/2$  ist mathematisch äquivalent zu einem Zwei-Niveau-System, also einem Qubit, und die Kontrolle von einigen Dutzend Qubits, z. B. mit gespeicherten Ionen, ist zwar nicht trivial, aber durchaus in experimenteller Reichweite. Daher sind Quantensimulationen derzeit ein wichtiges Arbeitsfeld in der Quanteninformationsverarbeitung, zunächst mit dem Ziel, größere Systeme für Rechnungen zugänglich zu machen. Die spannende Aussicht besteht darin, in nicht zu ferner Zukunft sogar physikalisch relevante Systeme zu simulieren, bei denen klassische Rechner versagen.

Die Dynamik eines Quantensystems lässt sich durch ein anderes System, das leichter zu kontrollieren und zu messen ist, auf zwei grundlegend verschiedene Weisen simulieren [10]. Bei der Emulation (*analoge* Quantensimulation) bildet man die Dynamik des zu simu-



**Abb. 5** Die Trotter-Zerlegung erlaubt es, die gesamte unitäre Entwicklung eines Systems in unitäre Operationen  $u_k$  (durch Farben gekennzeichnet) zu zerlegen, die mit den zur Verfügung stehenden Gatteroperationen kodiert werden. Für jeden Zeitschritt (Trotter-Schritt) werden mehrere solcher Operationen ausgeführt. Die komplette Simulation ergibt sich durch  $n$ -fache Anwendung der so kodierten Gatteroperationen.

lierenden Quantensystem mit einem mathematisch äquivalenten, aber physikalisch völlig verschiedenen System nach. Viel allgemeiner und herausfordernder ist dagegen ein universeller Quantensimulator, der Feynman vorschwebte. Eine solche Maschine ermöglicht eine Programmierung und damit im Prinzip beliebige Simulationsrechnungen. Damit ist die Lösung der Schrödinger-Gleichung

$$|\psi(t)\rangle = T \exp(-i \int_0^t dt' H_{\text{sys}}(t')) |\psi(0)\rangle \quad (3)$$

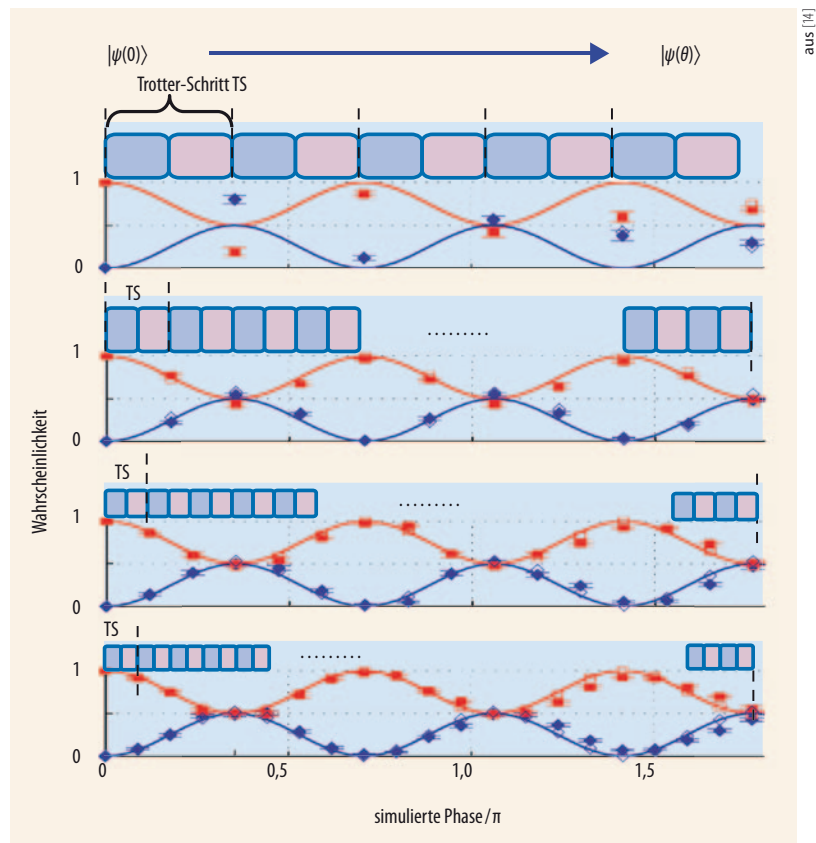
für jeden Hamilton-Operator  $H_{\text{sys}} = \sum_i H_i(t)$ , der sich als Summe von lokalen Wechselwirkungen  $H_i(t)$  schreiben lässt, in Form eines zeitgeordneten Produkts ( $T$ ) unitärer Operatoren zu berechnen. Dies setzt aber einen frei programmierbaren Quantenrechner voraus, um all die lokalen Hamilton-Operatoren zu implementieren. Dass dies in universeller Weise tatsächlich möglich ist, zeigte Seth Lloyd 1996, indem er für die dynamische Entwicklung des Systems näherungsweise die Trotter-Entwicklung

$$\exp(-iH_{\text{sys}}(t)) \approx (\exp(-iH_1 t/n) \exp(-iH_2 t/n) \dots \exp(-iH_n t/n))^n \quad (4)$$

verwendete, die mit immer feiner werdenden Zeitschritten  $t/n$  das System immer besser beschreibt [11]. Ein solcher *digitaler* Quantensimulator benötigt einen universellen Satz von Quantenoperationen zur Implementierung.

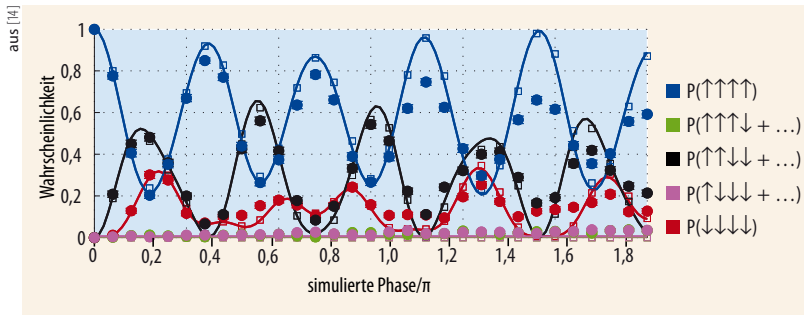
Analoge Quantensimulationen werden derzeit mit verschiedenen Implementierungen verfolgt, z. B. mit kalten Atomen in optischen Gittern [12], aber auch mit gespeicherten Ionen. In Innsbruck haben Christian Roos und unsere Mitarbeiter insbesondere das dynamische Verhalten eines durch die Dirac-Gleichung beschriebenen relativistischen Wellenpakets simuliert. Damit gelang es, so exotische Phänomene wie das Auftreten der Zitterbewegung und Klein-Tunneln direkt im Experiment in einer Simulation zu beobachten [13]. Einzelne kalte Ionen in einer harmonischen Falle emulieren dabei das dynamische Verhalten eines quantenmechanischen relativistischen Teilchens. Dies zeigt eindrucksvoll die Umsetzung analoger Simulationen.

Mit den Gatteroperationen aus **Abb. 2** gelang es im vergangenen Jahr in Innsbruck, einen ersten universellen Quantensimulator zu realisieren [14]. Der Hamilton-Operator eines zu simulierenden Systems wird dazu mit der Trotter-Formel in einzelnen zu implementierende unitäre Operationen  $u_i = \exp(-iH_i t/n)$  zerlegt (**Abb. 5**), die mithilfe einer sich wiederholenden Sequenz von Lichtimpulsen ausgeführt werden. Ein einfaches Beispiel ist die Simulation des Ising-Systems mit zwei Spins und Hamilton-Operator  $H = J\sigma_x^1 \sigma_x^2 + B(\sigma_z^1 + \sigma_z^2)$ . Die beiden Spins wechselwirken mit der Stärke  $J$  und sind einem Magnetfeld  $B$  ausgesetzt. Da die beiden Teile des Hamilton-Operators nicht kommutieren, ist im Prinzip die Dynamik des Kommutators zu berücksichtigen. Für dieses einfache Ising-Problem ist das natürlich machbar, aber an dieser Stelle soll es um das Prinzip der digitalen Simulationen gehen. Entsprechend den verfügbaren Operationen wird die Spin-Spin-Wechselwirkung  $\sigma_x^i \sigma_x^j$  mit einer verschränkenden Mølmer-Sørensen-Operation realisiert und  $\sigma_z^j$  mithilfe einer nicht-resonanten Anregung des  $j$ -ten Qubits. Je feiner die Zeitschritte bei der Programmierung des Simulators sind, desto besser fällt die Näherung aus (**Abb. 6**).



**Abb. 6** Für die Quantensimulation des Zwei-Spin-Ising-Systems wird die Spin-Spin-Wechselwirkung durch eine verschränkende Mølmer-Sørensen-Operation realisiert (blaue Kästchen), die Wechselwirkung mit dem Magnetfeld mithilfe einer nicht-resonanten Anregung des  $j$ -ten Qubits (rote Schritte). Die roten bzw. blauen Symbole zeigen als

Funktion der simulierten Phase  $Ht = \theta$  die simulierte Wahrscheinlichkeit, die beiden Spins im angeregten Zustand bzw. im Grundzustand zu finden. Mit feineren Zeitschritten nimmt die Güte zu, von 61 % für die grobe bis zu 91 % für die feinste Unterteilung, d. h. die Simulation stimmt immer besser mit der berechneten Dynamik überein (farbige Linien).



**Abb. 7** Für ein Ising-System mit vier Spins, die alle miteinander in (langreichweitiger) Wechselwirkung sind, zeigen diese Daten, wie sich der Anfangszustand  $|\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle = |eeee\rangle$  zeitlich entwickelt und Beiträge anderer Zustände erhält. Die Oszillationsfrequenzen entsprechen

den Energielücken des Systems. Die vollen Punkte zeigen das experimentelle Ergebnis, die offenen Symbole das (berechnete) Ergebnis einer idealen Simulation und die Linien das Ergebnis einer exakten Rechnung.

Da der Quantenrechner in dieser Weise frei programmierbar ist, eignet er sich auch für kompliziertere Systeme, z. B. das Vier-Spin-Ising-System  $H = J \sum_{i \neq j} \sigma_x^i \sigma_x^j + B \sum_{i=1}^n \sigma_z^i$  (Abb. 7) [14]. Damit wird es möglich, komplexe Eigenzustände zu präparieren, die Grundzustandseigenschaften zu untersuchen und gegebenenfalls Phasenübergänge zu beobachten. Mit einer Fourier-Transformation lassen sich die Frequenzen des dynamischen Verhaltens und damit die Energieabstände des simulierten Hamilton-Operators ablesen. Die bisher erhaltenen Daten zeigen das Prinzip solcher digitalen Simulationen, die spannende Ergebnisse in Aussicht stellen, sobald noch mehr Qubits und längere Sequenzen von Gatteroperationen möglich werden. Bisher haben wir solche Simulationen mit bis zu sechs Qubits und mit bis zu 150 Gatteroperationen realisiert. Weitere technische Verbesserungen bei der Kontrolle von mehr und mehr Qubits sowie der Intensitäten der beteiligten Laser werden es hoffentlich in wenigen Jahren ermöglichen, Quantensysteme zu simulieren, für die klassische Computer versagen.

## Ausblick

Der Fortschritt auf dem Gebiet des Rechnens mit Quanten hat in den vergangenen Jahren viele neue Perspektiven eröffnet. Wir sind nun in der Lage, bereits mit wenigen sehr gut kontrollierten Qubits nicht-klassische Zustände auf Knopfdruck zu erzeugen, was Tests der Quantenphysik und Anwendungen auf dem Gebiet der Metrologie eröffnet. Auf Anwendungen wie die Faktorisierung von großen Zahlen werden wir hingegen sicher noch einige Zeit warten müssen, da es dazu erforderlich ist, sehr umfangreiche Quantenregister zu kontrollieren und zu manipulieren. Aber für die Berechnung physikalisch relevanter Systeme kommen Quantenrechner sicher bald zum Einsatz. Die Ergebnisse für analoge, vor allem aber für universelle digitale Quantensimulationen sind äußerst vielversprechend. Derzeit ist es vor allem eine technische Frage, wann die ersten Quantensimulationen klassische Rechner übertreffen.

Die Fortentwicklung der Quanteninformationsverarbeitung erfordert Methoden der Fehlervermeidung (error protection) und der Quantenfehlerkorrektur (error correction). Auch zu diesen Technologien liegen inzwischen erste vielversprechende Ergebnisse vor, die über den gegenwärtigen Artikel hinaus gehen. Sind diese Technologien erst einmal routinemäßig verfügbar, wird das Rechnen mit Quanten im großen Maßstab möglich. Dann wird es gelingen, ein einzelnes Qubit und später ein ganzes Quantenregister kohärent zu erhalten, sodass Quantenoperationen auch ohne (oder mit minimalem) Kohärenzverlust geschehen. Diese Vision für ein „qubit alive“ ist keine Utopie mehr, zumindest stehen einer Realisierung keine fundamentalen Gründe entgegen. Gelingt dies zuverlässig, sind dem Rechnen mit Quanten keine Grenzen mehr gesetzt.

\*

An dieser Stelle sei allen meinen Mitarbeitern und Kollegen gedankt, die in ganz hervorragender Weise die Innsbrucker Experimente mit konzipiert und durchgeführt haben. Insbesondere danken möchte ich C. Roos, M. Hennrich, M. Brownnutt, T. Northup, M. Chwalla, T. Monz, B. Lanyon, P. Schindler und D. Nigg für die gute Zusammenarbeit und die Arbeit vieler Nächte.

## Literatur

- [1] I. Cirac und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995)
- [2] P. Schmidt, Physik Journal, Juni 2012, S. 47
- [3] H. Häffner et al., Physics Reports **469**, 155 (2008)
- [4] M. Riebe et al., Phys. Rev. Lett. **97**, 220407 (2006)
- [5] A. Sørensen und K. Molmer, Phys. Rev. Lett. **82**, 1971 (1999)
- [6] C. Sackett et al., Nature **404**, 256 (2000)
- [7] C. F. Roos, New J. Phys. **10**, 013002 (2008)
- [8] J. Benhelm et al., Nature Physics **4**, 463 (2008)
- [9] Th. Monz et al., Phys. Rev. Lett. **106**, 130506 (2011)
- [10] I. Buluta and F. Nori, Science **326**, 108 (2009)
- [11] S. Lloyd, Science **273**, 1073 (1996)
- [12] M. Lewenstein et al., Adv. in Phys. **56**, 243 (2007)
- [13] R. Gerritsma et al., Nature **463**, 68 (2010), Phys. Rev. Lett. **106**, 060503 (2011)
- [14] B. Lanyon et al., Science **334**, 57 (2011)

## DER AUTOR

**Rainer Blatt** studierte Physik und promovierte an der Universität Mainz bei Günter Werth. Als Postdoktorand arbeitete er auf dem Gebiet der Laserkühlung von Atomstrahlen mit John L. Hall in Boulder (USA) und als Assistent bei Peter Toschek an der Universität Hamburg mit einzelnen gespeicherten Ionen. Nach einer kurzen Zeit als Professor an der Universität Göttingen wurde er 1995 nach Innsbruck berufen, wo er seither am Institut für Experimentalphysik der Universität und seit seiner Gründung 2003 als wissenschaftlicher Direktor am Institut für Quantenoptik und Quanteninformation (IQOQI) der Österreichischen Akademie der Wissenschaften (ÖAW) tätig ist. Für seine Arbeiten erhielt er u. a. 2006 den Schrödingerpreis der ÖAW und 2009 den Carl-Zeiss-Preis (zusammen mit Ignacio Cirac).

