

HYDRODYNAMIK

Kletternde Tropfen

Auf einer geschüttelten Flüssigkeit können sich Tropfen horizontal bewegen und auf einer geschüttelten festen Oberfläche sogar eine fast senkrechte Steigung „hinauf klettern“.

Karin John und Uwe Thiele

In geschüttelten Flüssigkeiten mit freien Oberflächen treten interessante Effekte auf, zum Beispiel dynamische Oberflächenmuster und gerichteter Transport. Tropfen können auf der Oberfläche einer geschüttelten Flüssigkeit hüpfend mit selbst erzeugten Oberflächenwellen wechselwirken und sich dadurch gerichtet bewegen, oder sie klettern eine geschüttelte geneigte feste Oberfläche hinauf. Dieser gerichtete Tropfentransport lässt sich im letzteren Fall durch ein Minimalmodell verstehen, das einer hydrodynamischen Realisierung des Ratschenprinzips entspricht.

Bereits im 19. Jahrhundert haben Faraday, Kelvin und Rayleigh den Einfluss von Vibrationen auf Flüssigkeiten untersucht. In der Tradition von Chladni, Oersted und Savart, die Klangfiguren von Pulvern auf festen Oberflächen beschrieben hatten, versetzte Faraday 1831 Flüssigkeitsschichten vertikal in Vibration und beobachtete, wie auf der freien Oberfläche dynamische Strukturen entstanden [1]. Etliche Jahre später berechneten Rayleigh und Kelvin die Eigenschwingungen freier sphärischer Tropfen idealer Flüssigkeiten [2, 3].

Für eines seiner Experimente beschichtete Faraday die Unterseite einer waagerechten Platte mit Wasser, Öl oder Eiweiß und brachte die Platte durch einen am Rand angesetzten Geigenbogen zum Schwingen. Tropfen, die sich unter dem Einfluss der Schwerkraft an verschiedenen Stellen geformt hatten, wurden geglättet. Gleichzeitig entstanden an den Stellen der stärksten Vibrationen flache Erhebungen im Film [1]. Als Faraday zentimeterdicke Wasserschichten auf einem horizontalen Substrat homogen vertikal schüttelte, ordneten sich nichtlineare stehende Wellen regelmäßig an – die Faraday-Wellen (Abb. 1a). Die zeitliche Modulation der Beschleunigung bewirkt eine Grenzflächeninstabilität, die als Faraday-Instabilität bekannt ist und als Musterbeispiel für eine parametrische Resonanz gilt.

Bis heute ist die Frage, wie Flüssigkeiten mit freien Oberflächen auf Vibrationen reagieren, von wissenschaftlichem Interesse. Zum Beispiel ermöglichen es Varianten des Faraday-Experiments zu untersuchen, wie sich dynamische Muster in getriebenen Systemen herausbilden und entwickeln. Neben den klassischen Quadratmustern, die schon Faraday kannte (Abb. 1a), lassen sich inzwischen Supergitter- und quasikristalline Muster experimentell erzeugen (Abb. 2). Dazu ist es er-



Diese stroboskopische Aufnahme zeigt, wie sich zwei Paare von gefärbten Wassertropfen auf bzw. unter einem vibrier-

ten Substrat mit Ratschentexturen in entgegengesetzter Richtung bewegen und sich schließlich in der Mitte vereinigen.

forderlich, mehrere Vibrationsfrequenzen gleichzeitig zu verwenden und die Amplituden genau einzustellen. Auch kleine Behälter zeigen interessante raumzeitliche Muster (Abb. 1b). Diese Effekte sind mit Werkzeugen der nichtlinearen Dynamik zu erklären [4–6].

Solche Untersuchungen sind auch in technologischer Hinsicht wichtig. Typischerweise tropfen Flüssigkeitsfilme, die an statischen horizontalen Substraten hängen, unter dem Einfluss der Gravitation herab. Die Tropfen bilden sich aufgrund der langwelligen Rayleigh-Taylor-Instabilität. Diese destabilisiert die Grenzfläche zwischen zwei nicht mischbaren Flüssigkeiten.

KOMPAKT

- Hüpfende Tropfen auf einer Flüssigkeit erzeugen Kapillarwellen, die zu einer horizontalen Bewegung der Tropfen führen können.
- Harmonische Substratvibrationen können einen Tropfentransport ohne und sogar gegen eine makroskopische Kraft antreiben. Erklären lässt sich dieser Effekt mit der Feynman-Smoluchowski-Ratsche.
- Für die ratschenartige Bewegung ist in einem global symmetrischen System eine lokale Asymmetrie erforderlich. Diese kann der Tropfen sogar selbst erzeugen, weswegen er einer Selbst-Schaukelratsche gleicht.

Dr. Karin John, Univ. Grenoble 1 / CNRS, LIPhy UMR 5588, 38041 Grenoble, Frankreich, Prof. Dr. Uwe Thiele, Department of Mathematical Sciences, Loughborough University, Loughborough, Leicestershire, LE11 3TU, Großbritannien, www.uwethiele.de

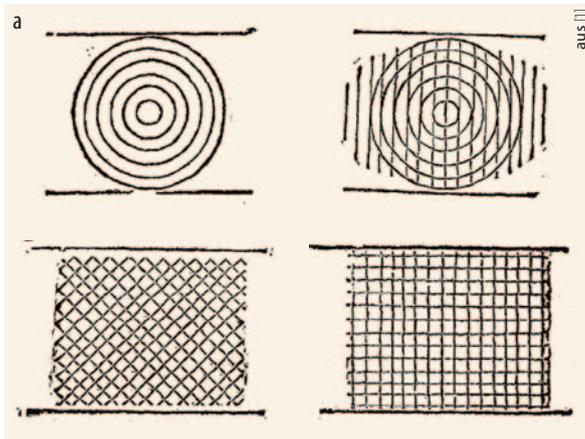
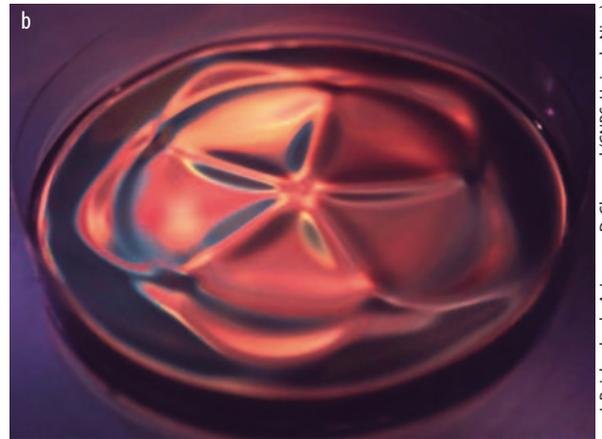


Abb. 1 Vertikale Vibrationen einer Wasserschicht in einem rechteckigen Behälter erzeugen nichtlineare stehende Wellen, wie es Faraday skizziert hat (a). Das resultierende stabile Mus-



ter entspricht einem Quadratgitter. In einem kleinen kreisförmigen Behälter kann ein Oberflächenmuster entstehen, das zwischen einer Sternform und einem Pentagon oszilliert (b).

J. Rajchenbach, A. Leroux, D. Clamond (CNRS, Univ. de Nice)

sigkeiten unterschiedlicher Dichte (oder zwischen einer Flüssigkeit und einem Gas), die einer konstanten Beschleunigung ausgesetzt sind. Dabei zeigt die Beschleunigung in Richtung der weniger dichten Flüssigkeit. Beispielsweise zerfällt ein Flüssigkeitsfilm über einem Gas unter dem Einfluss der Erdbeschleunigung. Oberhalb eines Schwellenwerts erhöhen vertikale Substratvibrationen, welche die Gravitationsbeschleunigung zeitlich modulieren, effektiv die Oberflächenspannung der freien Flüssigkeitsoberfläche und stabilisieren den hängenden Film. Bei noch stärkerer Vibration setzt jedoch die kurzwellige Faraday-Instabilität ein [7, 8].

Experimente von Couder und Koautoren haben eine überraschende Analogie zwischen dem Welle-Teilchen-Dualismus der Quantenmechanik und der Hydrodynamik offenbart. Kleine Tropfen können beliebig lange auf der Oberfläche eines Bades der glei-

chen Flüssigkeit hüpfen, wenn das Bad ausreichend stark vertikal geschüttelt wird. Überschreiten die Vibrationen eine kritische Stärke, die kurz unterhalb der Schwelle zur Faraday-Instabilität liegt, beginnen die Tropfen, sich mit einer im Mittel konstanten Geschwindigkeit horizontal zu bewegen [9]. Ursache dafür ist die Wechselwirkung des Tropfens mit Kapillarwellen, die durch den hüpfenden Tropfen entstehen und sich radial auf der Oberfläche ausbreiten. Dieses Phänomen besitzt Teilchen- (Tropfen) und Wellenaspekte (Oberflächenwelle) und erinnert daher an die quantenmechanische Pilotwellentheorie von de Broglie und Bohm.¹⁾ Die Dualität zeigt sich in weiteren Beobachtungen, wie der Streuung von Tropfen an einem Einfach- oder Doppelspalt, dem Tunneln von Tropfen durch eine Potentialbarriere oder der Wechselwirkung von zwei oder mehreren Tropfen über ihre Kapillarwellen, die zu komplexen orbitalen Bewegungen führen kann (Abb. 3a) [12]. Die Wechselwirkung zwischen zwei hüpfenden Tropfen ungleicher Größe kann eine gerichtete Bewegung der Tropfen hervorrufen. Die Interaktion vieler Tropfen bewirkt stationäre oder sich bewegende gitterartige Muster (Abb. 3b).

Diese Beispiele zeigen, dass vertikale Vibrationen die Stabilität freier Flüssigkeitsoberflächen verändern und regelmäßige Oberflächenmuster erzeugen können. Zudem führt das Zusammenspiel einer oszillierenden Oberfläche mit darauf hüpfenden Tropfen zu Transportprozessen, die Analogien zur Quantenmechanik aufweisen. Der folgende Teil des Artikels beschäftigt sich mit dem Transport von Flüssigkeitstropfen auf vibrierenden festen Oberflächen.

Brunet, Eggers und Deegan machten 2007 an einem Wasser-Glycerin-Gemisch eine überraschende Beobachtung: Unter dem Einfluss von vertikalen harmonischen Vibrationen kletterten ein bis drei Millimeter kleine Tropfen (Volumen 0,5 – 20 μl) ein homogenes, bis zu 85° geneigtes Plexiglas-Substrat hoch, anstatt unter dem Einfluss der Gravitation daran herunterzurutschen oder an Substratheterogenitäten haften zu bleiben [14]. Zwei Jahre später gelang es Noblin, Kofman und Celestini, Wassertropfen auf einem

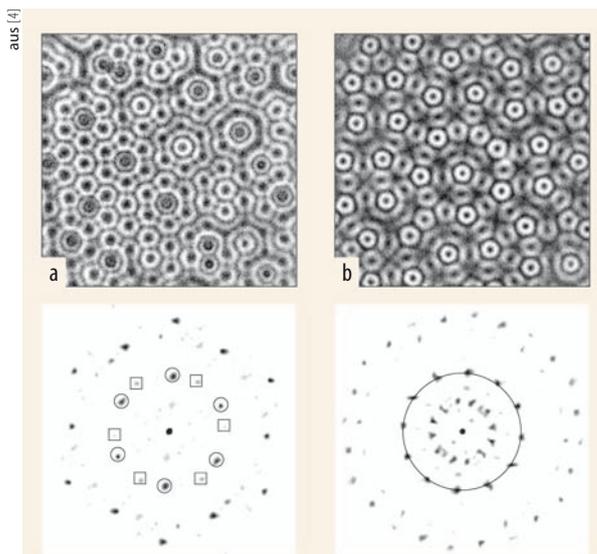


Abb. 2 In einem Silikonölbad, das mit zwei unterschiedlichen Frequenzen (zwischen etwa 20 und 150 Hz) geschüttelt wird, entstehen komplizierte Muster (oben). Ihre Fourier-Transformierten zeigen deutliche Bragg-Spitzen (unten). In (a) ist ein Supergitter (Doppel-Hexagon Gitter) zu sehen, in (b) ein 12-zähliges quasikristallines Gitter.

1) Dabei handelt es sich um eine deterministische nichtlokale Interpretation der Quantenmechanik mithilfe „verborgener Variabler“. Grundlage dieser Theorie ist die Schrödinger-Gleichung, wobei die Wellenfunktion als Pilotwelle für ein Teilchen fungiert, d. h. die Teilchentrajektorie wird durch die Phase der Wellenfunktion bestimmt [10, 11].

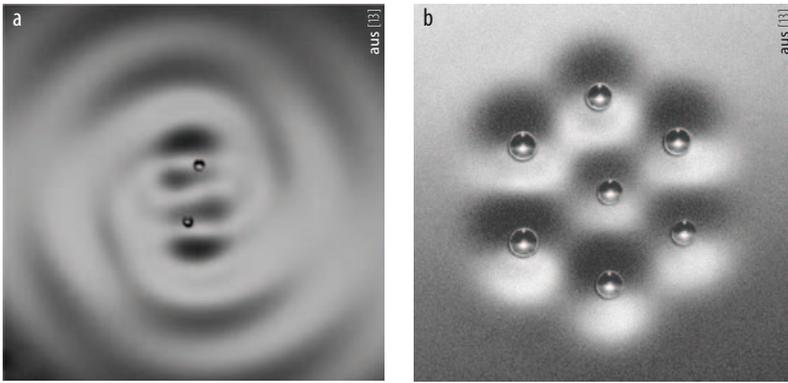


Abb. 3 Tropfen, die auf einem vertikal geschüttelten Silikonölbad hüpfen, können rotierende Paare bilden (a) oder sich in einem kristallinen Dreiecksgitter anordnen (b). Die Vibrationsfrequenz beträgt 80 Hz (a) bzw. 56 Hz (b).

vibrierten horizontalen Substrat gezielt zu transportieren (**Abb. 4a**) [15]. Dabei steuerten sie Richtung und Geschwindigkeit, indem sie vertikale und horizontale Vibrationen unabhängig voneinander kombinierten. Die Kontaktlinien (**Infokasten**) oszillierten und bewegten sich im Mittel mit einer endlichen Geschwindigkeit fort (**Abb. 4b**). Bei beiden Experimenten lagen die Frequenzen zwischen 30 und 200 Hz, was etwa der niedrigsten Eigenfrequenz sitzender Tropfen mit stationärer Kontaktlinie entspricht [16]. Die Beschleunigung der Vibration betrug bis zu 50 g. Während einer Vibrationsperiode glitten die Tropfen vor und zurück und bewegten sich effektiv nur um den Bruchteil ihres Radius weiter. Typischerweise benötigten sie 50 bis 150 Zyklen, um eine Distanz zurückzulegen, die ihrer eigenen Größe entspricht, d. h. die mittleren Geschwindigkeiten lagen im Bereich von Millimetern pro Sekunde.

Diese Ergebnisse überraschten, da zuvor lediglich bekannt war, dass Vibrationen die gerichtete Bewegung von Tropfen auf ruhenden festen Oberflächen mit einem makroskopischen Gradienten (Benetzbarkeit, Temperatur) unterstützen können. Dies gilt speziell für Tropfen, die an mikroskopischen Heterogenitäten haften bleiben [17]. Ebenfalls bekannt ist, dass Vibrationen Tropfen auf Substraten mit periodischen, kleinskaligen Ratschentexturen bewegen können (**Abb. auf S. 33**) [18,19]. Neu ist aber, dass die Triebkraft für die Tropfenbewegung und die lokale Symmetriebrechung aus der Substratvibration selbst resultieren.

Geschüttelt, nicht gerührt

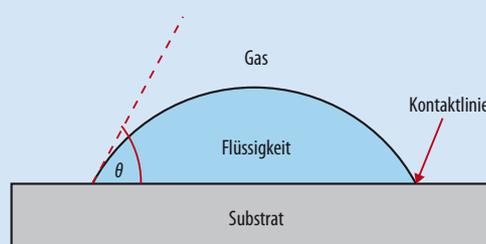
Wie aber ist es möglich, dass harmonische Vibrationen eines glatten homogenen Substrats einen Tropfentransport ohne oder sogar gegen eine makroskopische Kraft antreiben? Hierfür gab es verschiedene Erklärungsversuche: Zum Beispiel wurde vorgeschlagen, dass konvektiver Impulstransport (d. h. die Trägheit der Flüssigkeit), eine starke Kontaktwinkelhysterese oder anharmonische Anteile der Vibration die gerichtete Tropfenbewegung hervorrufen könnten. Inzwischen hat ein hydrodynamisches Minimalmodell [20] jedoch gezeigt, dass dieser Effekt mit der Feynman-Smoluchowski-Ratsche [21, 22] zu erklären ist. Demnach ist in einem global symmetrischen, aber lokal asymmetrischen System, das sich nicht im Gleichgewicht befindet, Transport möglich. Das Ratschenprinzip wird z. B. genutzt, um Kolloidteilchen zu transportieren oder um sehr kleine Flüssigkeitsmengen ohne makroskopische Druckgradienten zu pumpen. In der zellulären Biophysik kann es die Funktionsweise molekularer Motoren erklären. Theoretisch wurde lange Zeit vor allem der Transport einzelner diskreter Objekte untersucht, obwohl einige Modelle für den Ratschentransport kontinuierlicher Medien existieren [23, 24].

Das Grundkonzept vieler Anwendungen ist ähnlich: Das Medium, in dem der gerichtete Transport stattfinden soll, wird mit einer periodischen Mikrostruktur versehen, die eine gebrochene Parität gegen-

PARTIELL BENETZENDE FLÜSSIGKEITEN

An der **Kontaktlinie** treffen sich Gasphase, Flüssigkeit und Substratoberfläche (**Abb.**). Der Kontaktwinkel θ bezeichnet den Winkel zwischen der Tropfen- und der Substratoberfläche an der Kontaktlinie. Der Gleichgewichts- oder statische Kontaktwinkel steht mit den drei Grenzflächenspannungen in Beziehung. Liegt der Kontaktwinkel zwischen 0° und 90° , wird die Flüssigkeit als partiell benetzend bezeichnet. Bei bewegten Kontaktlinien spricht man von einem dynamischen Kontaktwinkel. Da reale Oberflächen normalerweise rau und heterogen sind, besitzt eine ruhende Kontaktlinie nicht nur einen definierten Kontaktwinkel, sondern einen ganzen Bereich möglicher Kontaktwinkel („**Kontaktwinkelhysterese**“ [30]).

Das makroskopische Bild einer scharfen Kontaktlinie wird auf Längenskalen unter 100 nm zu einer Kontaktregion. In dieser geht bei partiell benetzenden Flüssigkeiten ein ultradünner Prekursorfilm kontinuierlich in das makroskopische Tropfenprofil über. Diesen Effekt beschreibt in hydrodynamischen Modellen der **Derjaguin- oder Trennungsdruck** [26],



der durch die Wechselwirkung zwischen zwei Grenzflächen (hier flüssig/gasförmig und flüssig/fest) hervorgerufen wird und die Prekursorfilmdicke sowie den makroskopischen Gleichgewichtskontaktwinkel bestimmt. Er lässt sich auf kurz- und langreichweitige zwischenmolekulare Wechselwirkungen (z. B. Wasserstoffbrücken, Elektronenüberlappung, elektrostatische oder van der Waals-Kräfte) zurückführen.

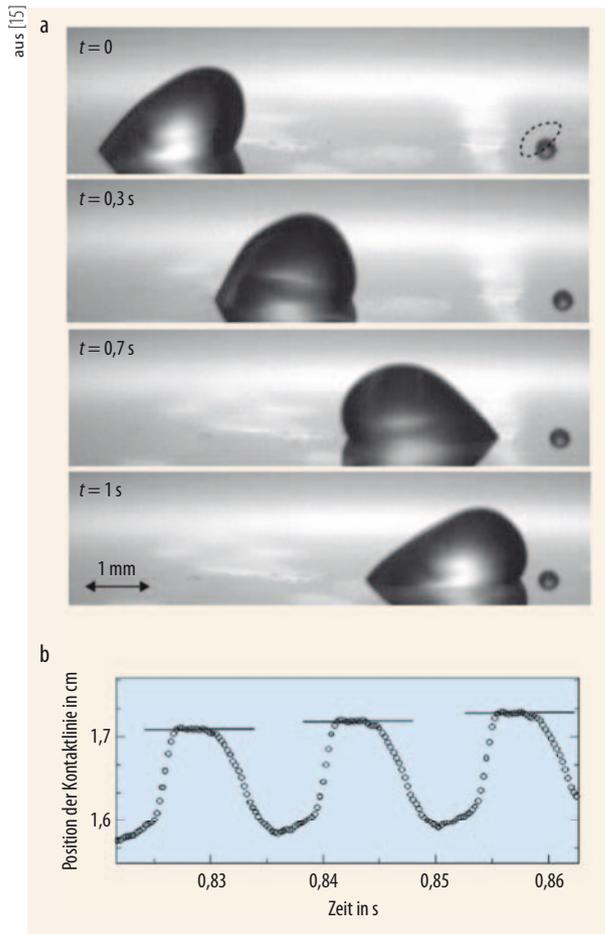


Abb. 4 Auf einer horizontalen Oberfläche, die in einem Winkel zur Vertikalen geschüttelt wird, kann sich ein Tropfen fortbewegen (a). Dabei ändert sich auch die Position der Kontaktlinie am rechten Tropfenende (b).

über der Transportrichtung aufweist. Ein Beispiel ist die Sägezahn-Topografie. Diese führt nicht zu einem makroskopischen Gradienten, ist aber auch nicht symmetrisch bezüglich einer Richtungsumkehr $x \rightarrow -x$. Kombiniert man dieses Medium mit einer makroskopischen oszillierenden Triebkraft (mit verschwindendem Mittelwert), kann die Wechselwirkung der zu transportierenden Teilchen mit dem lokal asymmetrischen Medium einen makroskopischen Transport hervorrufen.

Auf den ersten Blick scheinen die kletternden Tropfen im Gegensatz zu den Tropfen auf einem Ratschensubstrat [18,19] nicht die Voraussetzungen für ein Ratschensystem zu erfüllen. Jedoch genügt die intrinsisch nichtlineare Kopplung von Grenzflächen-deformation und Fließverhalten, damit harmonische Substratvibrationen eine gerichtete Bewegung antreiben können. Eine genaue Analyse der gekoppelten Bewegungs- und Deformierungsprozesse führt zu der Hypothese, dass der geschüttelte Tropfen als eine „Selbst-Schaukelratsche“ anzusehen ist. Der Tropfen erzeugt also selbst die notwendige lokale räumliche Asymmetrie.

Langwellig angenähert

Das hydrodynamische Minimalmodell beschreibt getriebene Tropfen einer partiell benetzenden Flüssigkeit auf einer festen homogenen Oberfläche ohne mikroskopische Defekte und daher ohne Kontaktwinkelhysterese (Infokasten). Es leitet sich im Rahmen einer langwelligen Näherung [25] aus den hydrodynamischen Transportgleichungen ab: Basierend auf der Annahme, dass alle relevanten Längenskalen L parallel zum Substrat groß sind gegenüber den Längenskalen l orthogonal dazu, werden die Navier-Stokes-Gleichungen und üblichen Randbedingungen bezüglich des kleinen Längenverhältnisses $l/L \ll 1$ entwickelt. Das ergibt eine Evolutionsgleichung für das Tropfenprofil (auch Dünnsfilmgleichung genannt), die die zeitliche Veränderung der lokalen Schichtdicke h wiedergibt (Abb. 5).

Ohne Substratneigung und -vibration beschreibt das Modell z. B. die Dynamik der Tropfenbildung partiell benetzender Flüssigkeiten, wobei die Benetzbarkeit vom Derjaguin-Druck abhängt. Unter seinem Einfluss entnetzen sehr dünne Filme – es bilden sich Tropfen, die sich mit der Zeit vergrößern. Die Tropfen stehen im Gleichgewicht mit einem ultradünnen Prekursorfilm. Auf einem geneigten Substrat rutschen Tropfen getrieben von der Hangabtriebskraft hinab ($\sim g\rho\alpha$ für $\alpha \ll 1$, ρ ist die Dichte der Flüssigkeit). Kommen harmonische Substratvibrationen hinzu (Frequenz f , maximale Beschleunigung ag , Neigungswinkel zur Substratnormalen $\beta \ll 1$), modulieren diese die Hangabtriebskraft und den hydrostatischen Druck, sodass der Tropfen die Steigung nach oben klettern kann. Meist wird eine skalierte Form der Dünnsfilmgleichung genutzt, in der Filmhöhe h , laterale Koordinate x und Zeit t skaliert sind. Dies führt zur Reskalierung der Winkel α und β . Im Folgenden beziehen wir uns nur auf die skalierten Größen, ohne diese weiter zu kennzeichnen.

Bereits im Grenzfall niedriger Frequenzen erlangt man ein erstes Verständnis des Phänomens: Die typische Zeitskala, in der ein Tropfen seine stationäre Form annimmt, ist klein gegenüber der Vibrationsperiode T . Auf der Zeitskala der Vibrationen befindet sich der Tropfen also in einem quasistationären Zustand, was die Berechnung seiner Eigenschaften erleichtert. Ein Tropfen auf einem horizontalen Substrat, das

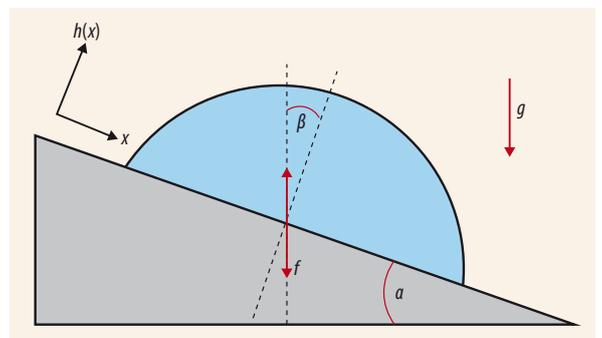


Abb. 5 Auf einem geneigten Substrat (Neigungswinkel α), das mit der Frequenz f in einem Winkel β zur Substratnormalen vibriert wird, befindet sich ein Tropfen. Eingezeichnet ist der Spezialfall rein vertikaler Vibrationen ($\alpha = \beta$).

unter dem Winkel $\beta > 0$ geschüttelt wird, ändert in den verschiedenen Phasen des Vibrationszyklus im Niederfrequenzlimit seine Form (Abb. 6). Entsprechend der angreifenden Kräfte rutscht er auf dem Substrat nach links oder rechts. In Phase 1 wird das Substrat nach oben und links beschleunigt, was den Tropfen abflacht und verbreitert, während er sich nach rechts bewegt (Geschwindigkeit $v > 0$). Wenn das Substrat in Phase 2 nach unten und rechts beschleunigt wird, wird der Tropfen schmaler und höher und bewegt sich nach links ($v < 0$).

Die Betrachtung des Niederfrequenzverhaltens erlaubt es, den zugrunde liegenden Mechanismus des Tropfentransports zu verstehen: Er beruht darauf, dass der Tropfen stark nichtlinear auf die Vibrationen senkrecht und parallel zum Substrat reagiert. Die orthogonale Komponente, die den hydrostatischen Druck stark moduliert, macht den Tropfen in Phase 1 flacher und breiter, während sie ihn in Phase 2 höher und schmaler macht. Die Mobilität eines Tropfens, d. h. seine Reaktion auf laterale Triebkräfte, hängt stark nichtlinear von seiner Form ab (sie skaliert mit h^3). Damit reagiert der Tropfen asymmetrisch auf die parallele Vibrationskomponente, welche die Hangabtriebskraft moduliert. Er bewegt sich in Phase 1 weniger nach rechts, als er sich in Phase 2 nach links bewegt. Durch die nichtlineare Modenkopplung wandelt sich die harmonische Vibration in eine anharmonische Bewegung um, die den Tropfen in einer Periode um die Strecke $\Delta x = \int_t^{t+T} v(t') dt' < 0$ bewegt. Im Mittel bewegt sich der Tropfen also nach links. Der Tropfen selbst ist demnach verantwortlich für den lokalen Symmetriebruch, der bei einer Ratsche normalerweise von außen verursacht wird. In diesem Sinne ist der vibrierte Tropfen eine „Selbst-Ratsche“.

Für einen Vergleich mit den Experimenten und für praktische Anwendungen der Tropfenratsche ist es unerlässlich, den Transport für endliche Frequenzen numerisch zu analysieren [20]. Bei hohen Frequenzen geht $\langle v \rangle$ gegen Null, für niedrige Frequenzen gegen den niederfrequenten Grenzwert, der auch der maximalen

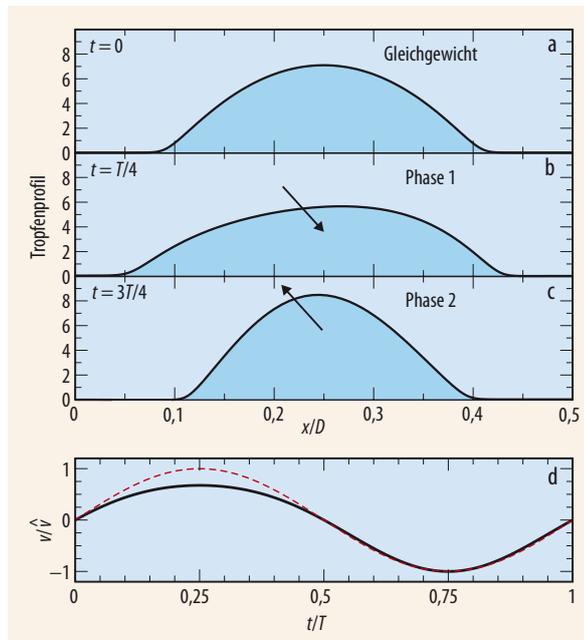


Abb. 6 Ein horizontales Substrat ($\alpha=0$) wird unter einem Winkel $\beta > 0$ geschüttelt. Während eines Vibrationszyklus verändert sich die Form eines Tropfens stark (a–c). Die Pfeile zeigen die Richtung der Kraft auf den Tropfen im vibrierten Bezugssystem. Die normalisierte momentane Tropfengeschwindigkeit schwankt während des Vibrationszyklus (d). Zum Vergleich ist die normalisierte harmonische Substratbeschleunigung gestrichelt eingezeichnet.

mittleren Geschwindigkeit entspricht. Das ist eine typische Eigenschaft einer Schaukelratsche [21]. Bemerkenswert ist, dass sich die Richtung der Bewegung für Perioden, die kleiner als ein kritischer Wert T_c sind, umkehrt. Für $T < T_c$ übersteigt die Vibrationsfrequenz die erste Eigenfrequenz des Tropfens, d. h. der Tropfen kann den Vibrationen nicht mehr zeitnah folgen. Daraus resultiert eine starke Phasenverschiebung und damit die Umkehr der Bewegungsrichtung.

Eine Analyse des Skalierungsverhaltens der mittleren Geschwindigkeit für ein horizontales Substrat ergibt $\langle v \rangle = \Delta x/T \sim a^2\beta$. Das heißt, der Tropfen bewegt sich für Vibrationen orthogonal zum Substrat ($\beta = 0$)

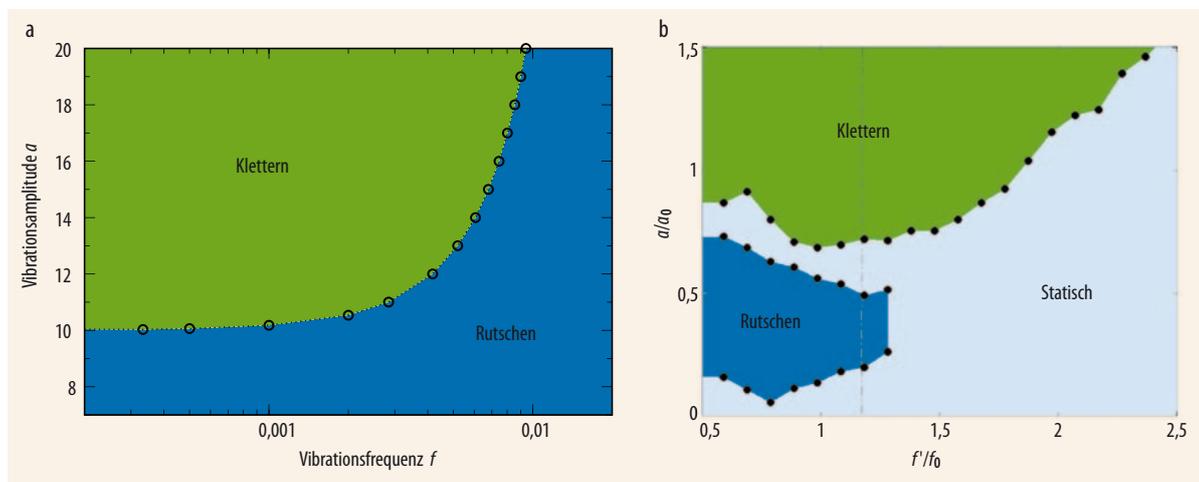


Abb. 7 Abhängig von der Beschleunigungsamplitude a und der Vibrationsfrequenz f klettert oder rutscht ein Tropfen entsprechend des Modells auf einem geneigten Substrat (a). Die

Parameter im Modell sind $\alpha=\beta=0,05$. Im Experiment gibt es auch einen großen Bereich, in dem der Tropfen an Ort und Stelle bleibt (b).

nicht. Die Vibration kann den Transport auch gegen externe Kräfte antreiben. Ein geschüttelter Tropfen klettert z. B. eine geneigte Ebene hoch, wenn das Produkt $a^2\beta$ einen kritischen Wert übersteigt.

Auf einem geneigten Substrat mit rein vertikalen Vibrationen ($\alpha = \beta$) kommt es abhängig von der Beschleunigungsamplitude und der Vibrationsfrequenz zu einem Übergang zwischen kletternden und rutschenden Tropfen (Abb. 7a). Für niedrige Frequenzen geht die kritische Beschleunigung $a_c(f)$, die Klettern und Rutschen trennt, gegen einen konstanten Wert, während a_c für hohe Frequenzen divergiert. Dieses Verhalten ist im Einklang mit der Umkehr der Bewegungsrichtung bei hohen Frequenzen. Abweichend vom Modell treten im Experiment ausgedehnte Bereiche auf, in denen sich die Tropfen im Mittel nicht bewegen (Abb. 7b). Vermutlich bleiben Tropfen an mikroskopischen Substratheterogenitäten hängen, die im hier vorgestellten Modell unberücksichtigt bleiben.

Dünnschichtmodelle eignen sich sehr gut, um neue Effekte qualitativ zu erklären und verschiedene Mechanismen zu testen. Jedoch ist es oft nicht sinnvoll, Experiment und Modell quantitativ zu vergleichen, da die Kontaktwinkel im Experiment häufig so groß sind, dass die langwellige Näherung strenggenommen nicht gilt [14, 15]. Außerdem sind die Tröpfchen, die sich modellieren lassen, oft viel kleiner als im Experiment. Für eine detaillierte Diskussion semiquantitativer Vergleiche verweisen wir auf [20, 27]. Speziell für praktische Anwendungen ist es unerlässlich, Rechnungen durchzuführen, die entweder die Stokes- oder die vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen benutzen. Erstere beschreiben den überdämpften Grenzfall für beliebig große Kontaktwinkel, letztere berücksichtigen speziell im Hochfrequenzbereich die Trägheit der Flüssigkeit.

Zum Abschluss möchten wir den Tropfentransport in einen größeren Zusammenhang stellen. Der geschüttelte Tropfen stellt eine „Selbst-Schaukelrutsche“ dar. Diese Analogie wird beim Vergleich der Dünnschichtgleichung mit einer Fokker-Planck-Beschreibung von Ratschensystemen wechselwirkender Teilchen deutlich [21, 27, 28]. Zudem ähnelt das Transportprinzip dem Schwimmen von Mikroorganismen bei kleinen Reynolds-Zahlen (d. h. im überdämpften Grenzfall). Da die Stokes-Gleichung symmetrisch bezüglich einer Zeitinversion ist, können sich Mikroorganismen nur durch zyklische nichtreziproke Formänderungen bewegen, genau wie die geschüttelten Tropfen. Dies gilt z. B. für Bakterien oder Algen, die sich durch die Rotation semiflexibler oder durch peitschenartige Bewegungen flexibler Fortsätze bewegen [29].

Literatur

- [1] M. Faraday, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. **121**, 299 (1831)
- [2] Lord Rayleigh, Proc. R. Soc. London **29**, 71 (1879)
- [3] W. Thomson, Math. Phys. Pap. **3**, 384 (1890)
- [4] H. Arbell und J. Fineberg, Phys. Rev. E **65**, 036224 (2002)
- [5] W. S. Edwards und S. Fauve, J. Fluid Mech. **278**, 123 (1994)
- [6] R. Lifshitz und D. M. Petrich, Phys. Rev. Lett. **79**, 1261 (1997)
- [7] G. H. Wolf, Phys. Rev. Lett. **24**, 444 (1970)
- [8] V. Lapuerta, F. J. Mancebo und J. M. Vega, Phys. Rev. E **64**, 016318 (2001)
- [9] Y. Couder et al., Nature **437**, 208 (2005)
- [10] D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 166 (1952)
- [11] P. R. Holland, The Quantum Theory of Motion, Cambridge University Press, Cambridge (1993)
- [12] J. Bush, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **107**, 17455 (2010)
- [13] S. Protière, A. Boudaoud und Y. Couder, J. Fluid Mech. **554**, 85 (2006)
- [14] P. Brunet, J. Eggers und R. D. Deegan, Phys. Rev. Lett. **99**, 144501 (2007)
- [15] X. Noblin, R. Kofman und F. Celestini, Phys. Rev. Lett. **102**, 194504 (2009)
- [16] F. Celestini und R. Kofman, Phys. Rev. E **73**, 041602 (2006)
- [17] S. Daniel und M. K. Chaudhury, Langmuir **18**, 3404 (2002)
- [18] T. A. Duncombe et al., Adv. Mat. **24**, 12 (2012)
- [19] A. Buguin, L. Talini und P. Silberzan, Appl. Phys. A **75**, 207 (2002)
- [20] K. John und U. Thiele, Phys. Rev. Lett. **104**, 107801 (2010)
- [21] P. Hänggi und F. Marchesoni, Rev. Mod. Phys. **81**, 387 (2009)
- [22] R. P. Feynmann, R. B. Leighton und M. Sands, The Feynman Lectures on Physics, Addison-Wesley, Reading (1963)
- [23] A. Ajdari, Phys. Rev. E **61**, R45 (2000)
- [24] K. John und U. Thiele, Appl. Phys. Lett. **90**, 264102 (2007)
- [25] A. Oron, S. H. Davis und S. G. Bankoff, Rev. Mod. Phys. **69**, 931 (1997)
- [26] V. M. Starov und M. G. Velarde, J. Phys. Cond. Matt. **21**, 464121 (2009)
- [27] U. Thiele und K. John, Chem. Phys. **375**, 578 (2010)
- [28] S. Savel'ev, F. Marchesoni und F. Nori, Phys. Rev. E **70**, 061107 (2004)
- [29] E. Lauga und T. R. Powers, Rep. Progr. Phys. **72**, 096601 (2009)
- [30] E. B. Dussan, Ann. Rev. Fluid Mech. **11**, 371 (1979)

DIE AUTOREN

Karin John (FV Dynamik, Statistische Physik, Biologische Physik) hat in Berlin studiert und 2005 am MPI für Physik komplexer Systeme in Dresden promoviert. Seit 2008 ist sie wissenschaftliche Mitarbeiterin des CNRS am Laboratoire Interdisciplinaire de Physique in Grenoble (Frankreich).



Uwe Thiele (FV Chemische Physik und Polymerphysik, Dynamik, Statistische Physik) hat in Dresden studiert und promoviert. Es folgten Forschungsaufenthalte in Madrid, in Berkeley, am MPI für Physik komplexer Systeme in Dresden und an der Universität Augsburg. Thiele ist Professor an der Loughborough University (GB) und koordiniert in diesem Sommer ein viermonatiges Programm zu Grenzflächenphänomenen in komplexen Flüssigkeiten und aktiven Medien am Newton Institut in Cambridge (GB).

