

MAGNETISMUS

# Magnetische Monopole in Spineis

Quasiteilchen in Festkörpern können isolierte magnetische Ladungen tragen.

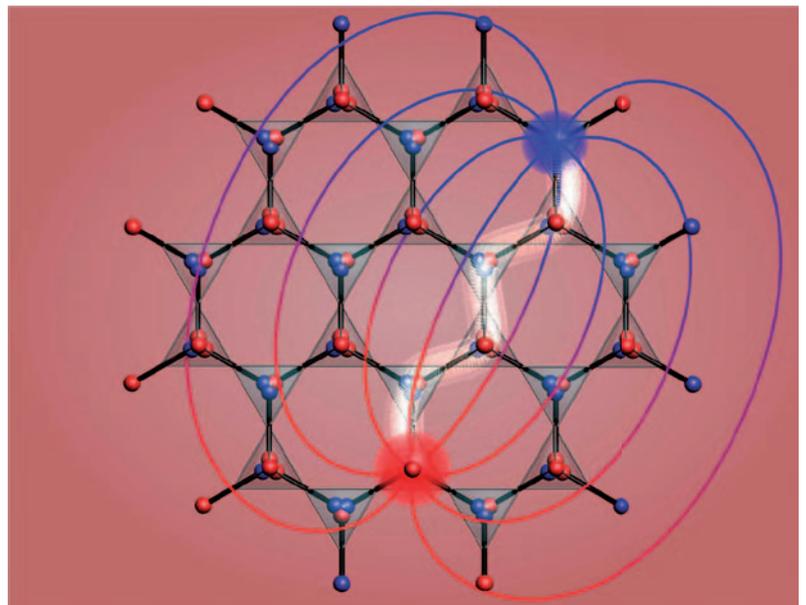
Roderich Moessner

Jeder Festkörper ist ein kleines Universum für sich: Aufgrund von Wechselwirkungen zwischen seinen Bausteinen lassen sich grundlegend neue kollektive Phänomene beobachten. So können selbst elementare Teilchen wie das Elektron in zwei Teile zerfallen und sogar neue Quasiteilchen entstehen, die gar kein Pendant in der Elementarteilchenphysik haben. Ein Beispiel für solch ein Mini-Universum ist ein magnetisches Material namens Spineis, in dem sich magnetische Nord- und Südpole beliebig weit voneinander entfernen können und dann als magnetische Monopole auftreten.

Die Ladung eines Elektrons ist quantisiert, und zwar in Einheiten von  $e = -1,6 \times 10^{-19}$  C. Und da das Elektron als Elementarteilchen unteilbar ist, kann es in Elektronensystemen auch keine Teilchen geben, deren Ladung nur ein Bruchteil von  $e$  beträgt – das sagt einem der gesunde Menschenverstand. Ebenso wissen wir, dass jeder Magnet, unabhängig von seiner Größe – vom Stabmagneten bis zum magnetischen Moment des Elektrons – über einen Nord- und einen Südpol verfügt und es folglich keine magnetischen Monopole, also isolierte magnetische Nord- und Südpole, geben kann: Alle Magnete sind Dipole. Diese Aussage hat bisher alle experimentellen Tests bestanden. So ist die lange Suche nach elementaren magnetischen Monopolen – dem magnetisch geladenen Pendant des Elektrons, dessen Existenz schon Dirac postuliert hat [1] – bis heute ergebnislos verlaufen.

Nun ist es mit dem gesunden Menschenverstand so eine Sache. Die obigen scheinbar offensichtlichen Aussagen sind so nicht richtig. Vielmehr existieren in Festkörpern Quasiteilchen mit elektrischer Ladung  $e/3$ , und in gewissen Magneten „zerbrechen“ Dipole zu frei beweglichen magnetischen Monopolen. Diese unerwarteten Phänomene, bei denen scheinbar unzertrennliche Freiheitsgrade zerbrechen, sind unter dem Begriff der Fraktionierung zusammengefasst und sollen im Folgenden erläutert werden. Dabei zeigt sich, dass man aus kontraintuitiven Phänomenen wie der Fraktionierung einige allgemeine Lehren über die Eigenschaften von Vielteilchensystemen ziehen kann.

Die Entdeckung leitfähiger Polymere im Jahr 1976 durch Alan Heeger, Alan G. MacDiarmid, Hideki Shirakawa [2] war in vielerlei Hinsicht bahnbrechend – nicht zuletzt, weil sie den Grundstein für die organische Elektronik legte. Sie zeigten, dass Polyacetylen (Abb. 1,



Ein magnetischer Monopol als kollektive Anregung: In Spineis sind die magnetischen Momente in einem Grundzustand so ausgerichtet, dass sich deren Nord- und Südpole lokal kompensieren. Wird der hell dargestellte Faden von Dipolen umgekehrt, so befinden sich an

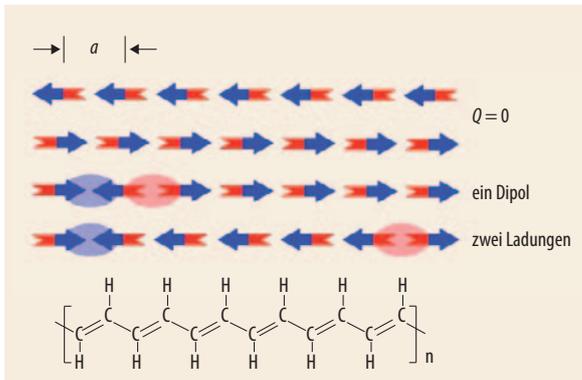
dessen Endpunkten magnetische Monopole – Quasiteilchen mit unkompensierten magnetische Ladungen, die sich beliebig weit voneinander entfernen können und dabei lediglich eine Coulomb-Wechselwirkung verspüren.

unten) – die Polymerkette  $(CH)_n$  – durch Dotierung elektrisch leitend wird. Bei der genauen Untersuchung der elektronischen Eigenschaften solcher Ketten tauchten Anregungen mit völlig unerwarteten Quantenzahlen auf: So konnte ein Elektron in zwei Teile zerbrechen bzw. es trennten sich magnetische und elektrische Aspekte eines Elektrons voneinander [3].

KOMPAKT

- Das Zerbrechen eines scheinbar unzertrennlichen Freiheitsgrades bezeichnet man als Fraktionierung.
- In einer einzigen Raumdimension wurde Fraktionierung zuerst entdeckt, wo sie mit einer Domänenwand in einer lokalen Ordnung einhergeht.
- In höherer Dimension führt ein grundlegend unterschiedlicher Mechanismus zur Fraktionierung: Man benötigt einen Vielteilchenzustand, der eine neuartige Form „topologischer Ordnung“ aufweist.
- Magnetische Monopole sind das erste Beispiel von Fraktionierung in einem dreidimensionalen Magneten.

Prof. Dr. Roderich Moessner, Max-Planck-Institut für Physik komplexer Systeme, Nöthnitzer Str. 38, 01187 Dresden



**Abb. 1** In einer eindimensionalen Spinkette existieren zwei Grundzustände, bei denen die Spins jeweils alle in dieselbe Richtung zeigen (oben). Die Kette lässt sich durch Umkehren eines Dipols anregen („ein Dipol“). Die Anregung entspricht zwei Domänenwänden, die sich durch das Umkehren weiterer Dipole voneinander entfernen können („zwei Ladungen“). Diese isolierten Domänenwände (rote und blaue Ellipsen) tragen eine magnetische Ladung. Dies ist analog zu den dimerisierten Grundzuständen der Polymerkette Polyacetylen  $(CH)_n$  (unten, bzw. das Spiegelbild davon). Die Domänenwände zwischen den beiden Dimerisierungen tragen fraktionale Quantenzahlen.

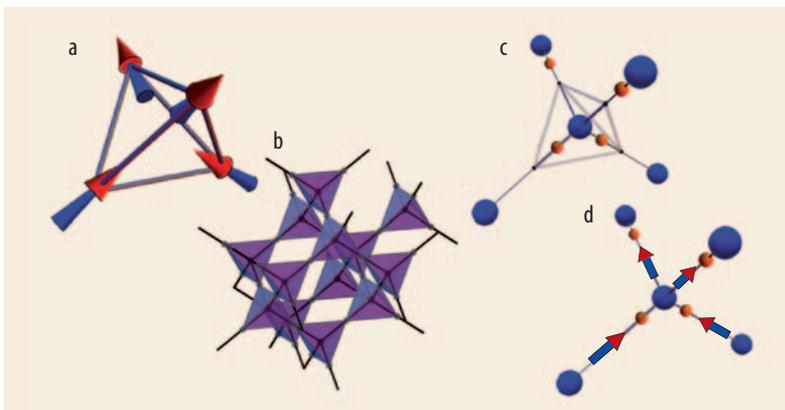
In zweidimensionalen Elektronengasen gelang wenige Jahre später die Entdeckung des fraktionellen Quanten-Hall-Effekts, aus dessen theoretischer Erklärung die Existenz von Quasiteilchen mit gebrochener Ladung folgte – Robert Laughlin hatte die oben erwähnten Quasiteilchen mit Ladung  $e/3$  vorhergesagt, die seither mit seinem Namen verbunden sind [4]. Inzwischen sind viele theoretische Modelle bekannt, in denen verschiedene, teils recht exotische Formen von Fraktionierung auftreten. Die Schwierigkeit besteht nun darin, entsprechende experimentelle Systeme zu finden. Die hier diskutierten magnetischen Monopole sind das erste Beispiel von Fraktionierung in einem dreidimensionalen Magneten [5].

Grundlage für den dreidimensionalen Fall ist das anschauliche Beispiel eines Dipols, der in zwei Monopole zerfällt. Ein Dipol wird beschrieben durch die Größe seines Dipolmoments  $\mu$  sowie dessen Richtung,

die zusammen den Dipolvektor  $\vec{\mu}$  ergeben. Zunächst ordnet man Dipole auf einem eindimensionalen Gitter mit Gitterkonstante  $a$  so an, dass  $\vec{\mu}$  entweder nach rechts oder nach links zeigt. Aufgrund der Form der dipolaren Wechselwirkung sind in diesen beiden Grundzuständen alle Dipole in die gleiche Richtung ausgerichtet, um so die Energie zu minimieren (Abb. 1): Wenn ein Dipol umgekehrt wird, kostet das Energie und es entsteht ein angeregter Zustand. Werden nun weitere benachbarte Dipole ebenfalls umgedreht, erhöht sich die Anzahl der Anregungen nicht weiter – vielmehr wächst eine Domäne des einen Grundzustands auf Kosten des anderen, indem sich zwei Defektstellen voneinander entfernen. Wie wir sehen werden, tragen diese Domänenwände eine Netto-Ladung, obwohl die ursprünglichen Freiheitsgrade, die Dipole, nur aus abgepaarten Ladungen bestehen: Der umgekehrte Dipol ist in zwei Monopole fraktioniert.

Mathematisch lässt sich die Entstehung von Ladungen aus Dipolen denkbar einfach beschreiben. Hierzu reicht es aus zu wissen, dass ein dipolarer Faden, der ein Dipolmoment pro Längeneinheit  $\mu/a$  trägt, dasselbe Potential erzeugt wie zwei entgegengesetzte Ladungen der Größe  $\pm \mu/a$  an seinen Endpunkten [6]. Dieses Ergebnis ist sogar unabhängig von dem Pfad, den der Faden beschreibt. Da wir im obigen Beispiel solch einen Faden umgedreht haben, beträgt die effektive Ladung der Domänenwände (Ellipsen in Abb. 1) nun das Doppelte,  $q_m = 2\mu/a$ .

In einer einzigen Raumdimension,  $d = 1$ , ist es also verhältnismäßig einfach, einen Zustand zu finden, der solch eine Fraktionierung zulässt. Dies kann aber auch in drei Dimensionen gelingen. Hier kann Fraktionierung allerdings nicht mehr Konsequenz einer lokalen Ordnung sein, da eine Domänenwand in  $d = 3$  eine Ebene ist und somit kein punktförmiges Quasiteilchen darstellen kann. Vielmehr bedarf es eines neuartigen Vielteilchenzustandes, der eine topologische Form von Ordnung aufweist.



**Abb. 2** Tetraeder mit Ising-Achsen (a), entlang derer die magnetischen Momente der Spins orientiert sind, bilden das Pyrochlor-Gitter (b). In den Grundzuständen zeigen zwei Ising-Spins in das Tetraeder hinein und zwei heraus. Dabei

gilt eine Eisregel analog zur Protonenanordnung in Wasser-Eis  $H_2O$  (c), und man erhält eine emergente Erhaltungsgröße (d), da die Divergenz der Magnetisierungsdichte verschwindet.

### Fraktionierung in Spineis

Die Spineisverbindungen  $(Dy,Ho)_2Ti_2O_7$  [7] sind bei erster Betrachtung ganz normale magnetische Materialien. Während die Titan- und Sauerstoffionen nicht magnetisch sind, beherbergen sie mit den Seltenerdionen  $Dy^{3+}$  oder  $Ho^{3+}$  große magnetische Momente von ungefähr  $10 \mu_B$ , einem Vielfachen des Bohr-Magneton  $\mu_B$  eines freien Elektrons. Sie sind auch stark anisotrop, da das Kristallfeld sie dazu zwingt, entlang einer wohldefinierten Achse zu zeigen. Daher lassen sie sich als Ising-Spins beschreiben, deren Wert nur  $\sigma = \pm 1$  annehmen kann, je nachdem, in welcher Richtung entlang der Achse sie zeigen (Abb. 2a) [8]. Die Spins sind auf Tetraedern angeordnet, die selbst ein dreidimensionales Pyrochlor-Gitter bilden (Abb. 2b). Die Ising-Achsen verbinden die Ecken eines Tetraeders mit dessen Mittelpunkt.

Das Besondere am Spineis [9] ist, dass die dipolar wechselwirkenden magnetischen Momente eine außerordentlich große Anzahl von Grundzuständen haben. Selbst bei niedrigen Temperaturen kann das System zwischen diesen Zuständen fluktuieren. Dies liegt dem exotischen Verhalten des Spineises zugrunde: Das Ensemble von Grundzuständen weist Korrelationen auf, die sich fundamental von denen anderer Magnete unterscheiden. Weder handelt es sich um einen ungeordneten Paramagneten, in dem keine längerreichweitigen Korrelationen vorliegen, noch um einen konventionellen geordneten Magneten wie den wohlbekannten Stabmagneten. Die neue Phase, die dieses Ensemble beschreibt, heißt Coulomb-Phase. Da neue Phasen mit neuen Anregungen einhergehen, verwundert es kaum, dass hier mit den magnetischen Monopolen neuartige Quasiteilchen auftauchen.

Die Grundzustände erfüllen die Bedingung, dass jeweils zwei Spins ins Tetraeder hinein zeigen und zwei heraus. Diese Bedingung wird, analog zu den Regeln, die die Anordnung der Protonen in einem Wassereiskristall beschreiben, als Eisregel bezeichnet (Abb. 2c). Von den Protonen, die im Wasser ein Sauerstoffatom an seine vier Nachbarn binden, sitzen zwei nahe an dem Atom und die beiden anderen näher an den Nachbarn. Wie in einem Wassermolekül gehören zu jedem Sauerstoff- zwei Wasserstoffatome. Die Eisregeln lassen exponentiell viele Grundzustände zu, und somit verbleibt bei niedrigen Temperaturen eine Entropie pro Spin von ca.  $S_p/k_B \approx 1/2 \ln(3/2)$ . Diese „Nullpunksentropie“ ist experimentell gemessen worden [10].

Nun ist die Coulomb-Phase ein Zustand, der algebraische Korrelationen aufweist. Das heißt, dass Korrelationen zwischen den magnetischen Momenten – die Spinkorrelationen  $\langle \vec{\mu}(r) \vec{\mu}(0) \rangle$  – gemittelt über alle Grundzustände nicht wie in einem Paramagneten exponentiell abfallen, sondern mit einem Potenzgesetz, was sonst vor allem bei einem Phasenübergang zweiter Ordnung beobachtet wird. Allerdings ist der Ursprung der algebraischen Korrelationen ein grundlegend anderer: Er folgt aus einer Erhaltungsregel, die aus den Eisregeln resultiert. Anschaulich stellt jeder Spin einen Fluss einer gewissen Größe dar. Die Eisregel, dass zwei Spins nach innen und zwei nach außen zeigen müssen, besagt nichts anderes, als dass dieser Fluss eine Erhaltungsgröße ist (Abb. 2d). Dies ist analog zur Erhaltung der elektrischen Ladung gemäß der Kirchhoffschen Knotenregel, nach der in jedem Knoten eines elektrischen Netzwerks genauso viel Strom ein- wie ausfließen muss.

Anders als bei der Ladungserhaltung folgt dies aber keinem „fundamentalen Naturgesetz“, das bei allen Temperaturen gilt; vielmehr gilt die Eisregel, als eine Folge der Energieminimierung, nur bei niedrigen Temperaturen. Solche Größen, die erst „dynamisch“ bei niedrigen Temperaturen als kollektives Phänomen entstehen, bezeichnet man als emergent. Mittels dieses emergenten Erhaltungssatzes lässt sich ein einfacher Ansatz für die Korrelationen herleiten. Der Erhal-

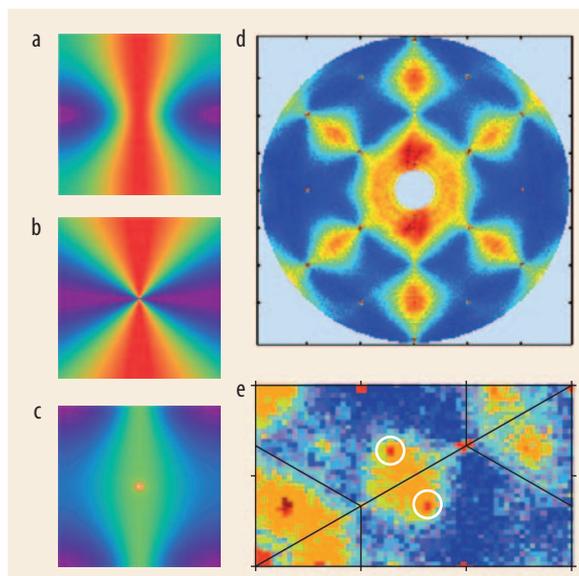


Abb. 3 Typische Neutronenstreuergebnisse für ungeordnete (a) und geordnete (c) Magnete. Das emergente Eichfeld in Spineis verrät sich durch charakteristische pinchpoints (b). Dar gestellt sind jeweils Intensitäten des sog. Strukturfaktors im Impulsraum, die stetig (a), unstetig, aber nicht divergent (b) bzw. divergent (c) sind. Pinchpoints im Strukturfaktor von Spineis in  $d = 3$  (d) [12] sowie in  $d = 2$  (e) [13], wo die weiß eingekreisten Quasi-Peaks aus der Zweidimensionalität des emergenten Eichfeldes folgen.

tungssatz hat die mathematische Form  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\mu} = 0$ : Die (Gitter-)Divergenz der magnetischen Momente im Spineis verschwindet. Solch ein Erhaltungssatz, der für jeden Grundzustand individuell gilt, sagt alleine noch recht wenig aus über die Korrelationen gemittelt über das Ensemble aller Grundzustände. In der Praxis ist es in einem solchen Fall üblich, mehr oder weniger intelligent einen Ansatz zu erraten, wie das Ergebnis wohl aussieht, und dies im Nachhinein mittels numerischer Simulationen oder Experimente zu überprüfen.

Dabei fällt auf, dass der Erhaltungssatz genauso aussieht wie eine von Maxwells Gleichungen für das Magnetfeld:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ . Nun ist die Energiedichte des Magnetfeldes  $\vec{B}^2/2\mu_0$ . In Analogie hierzu nehmen wir an, dass bei der Ensemblemittelung eine entsprechende quadratische effektive (freie) Energiedichte entsteht. Bei der detaillierten Analyse einer solchen Theorie finden sich Korrelationen zwischen den magnetischen Momenten, die „dipolar“ aussehen: Sie haben eine komplizierte Winkelabhängigkeit und fallen wie  $1/r^d$  ab, wobei  $d = 3$  die Dimension des Raumes ist, in dem das Spineis lebt. Aufgrund der mathematischen Ähnlichkeit nennt man diese effektive Theorie eine „emergente Magnetostatik“. Für die Grundzustände von Spineis ist in der Tat numerisch überprüft worden, dass die Analyse richtig ist – aber wie lässt sich diese Vorhersage einer emergenten Magnetostatik experimentell überprüfen?

Glücklicherweise ist es möglich, Spinkorrelationen  $\langle \vec{\mu}(r) \vec{\mu}(0) \rangle$  mit Neutronen zu messen. Genauer liefern diese den Strukturfaktor – die Fourier-Transformierte der Korrelationen. Der Strukturfaktor kann zwischen drei qualitativ unterschiedlichen Fällen differenzieren

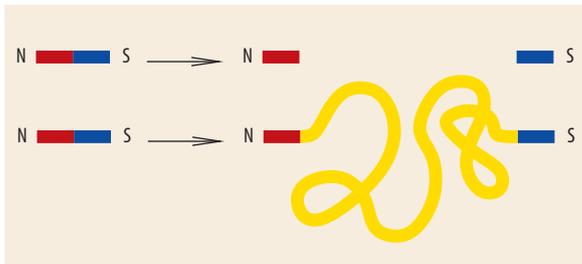


Abb. 4 In Spineis wird ein Dipol nicht zerschnitten (oben), sondern vielmehr „elastisch“ (unten): Die Pole können beliebig weit voneinander entfernt werden.

(Abb. 3). Ein Paramagnet hat einen glatten Strukturfaktor, während ein geordneter Magnet scharfe, unendlich große sog. Bragg-Peaks aufweist. Im dritten Fall, dem Spineis, gibt es scharfe (also weder glatte noch divergente, sondern unstetige) Signaturen in der Form eines „Schmetterlingsmotivs“ (das im Englischen als bow-tie oder pinchpoint bezeichnet wird). Dieses lässt sich auch im Experiment unschwer erkennen (Abb. 3).

Dieses Neutronenstreuexperiment bestätigt, dass Spineis bei niedrigen Temperaturen, also wenn die Eisregeln gelten, sich tatsächlich in einer Coulomb-Phase befindet. Dieser Begriff ist aus der Eichtheorie geborgt. Eichtheorien weisen allgemein Phasen (Materiezustände) auf, die sich anders als Paramagneten oder Ferromagneten nicht hinreichend durch lokale Ordnungsparameter oder deren Fehlen charakterisieren lassen. Solche Phasen heißen bisweilen „topologische Phasen“, weil sie sich lokal nicht von ungeordneten Phasen unterscheiden, aber dennoch nicht völlig strukturlos sind. Insbesondere weisen sie neuartige topologische Defekte wie eben die Monopole auf und zeichnen sich durch weitere nichtlokale Charakteristika aus, deren Bedeutung z. B. für das Quantencomputing enorm ist.<sup>1)</sup>

Nun können wir uns wieder der Frage zuwenden, wie Fraktionierung in drei Dimensionen vor sich geht. Die Antwort ist einfach: In manchen Tetraedern ist die Regel  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\mu} = 0$  verletzt. Wie im eindimensionalen Beispiel lassen sich solche Defekt-Tetraeder paarweise erzeugen, indem ein Spin umgekehrt wird. Durch die Umkehrung eines Fadens weiterer Spins entfernen sie sich voneinander. Wie oben erwähnt, ist das Potential solch eines umgekehrten Fadens äquivalent zu zwei Ladungen  $q_m = \pm 2 \mu/a$ , unabhängig von dem Verlauf des Fadens – er kann sich also in drei Dimensionen schlängeln soviel wie er will, das resultierende Potential hängt näherungsweise nur von seinen Endpunkten ab!

Die wichtige Eigenschaft der Coulomb-Phase von Spineis besteht darin, dass diese Defekte lediglich eine Coulomb-Wechselwirkung aufweisen: Überall liegen Fäden vor, die energetisch billig umzukehren sind. Die Monopole entstehen nun nicht dadurch, dass ein Stabmagnet mittig durchgeschnitten wird. Vielmehr lässt sich der (mikroskopisch kleine atomare) Stabmagnet beliebig dehnen, sodass sich die Monopole unabhängig voneinander bewegen können (Abb. 4). Im Gegensatz zu einem Quarkpaar  $q\bar{q}$  in der Quantenchromodynamik,

dessen Trennung eine mit der Entfernung divergierende Energie benötigt, liegt für Monopole kein solches „Confinement“ vor.

### Dirac-Strings, Flussquanten und Maxwell

Während es für die elektrische Ladung das Symbol  $e$  und die Einheit Coulomb gibt, existiert keine ähnlich geläufige magnetische Ladung, obwohl die Größe  $q_D$  des magnetischen Monopols laut der ursprünglichen Arbeit von Dirac quantisiert sein muss, wenn die elektrische Ladung  $e$  dies auch ist [1]. Dirac argumentierte, dass die Existenz eines Monopols mit dem Maxwell'schen Gesetz  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  kompatibel sein kann, wenn der magnetische Fluss des Monopols in Form eines *nicht nachweisbaren* „Dirac-Strings“ aus dem Unendlichen (oder von einem entgegengesetzt geladenen Monopol) zugeführt wird. Nicht nachweisbar bedeutet zunächst, dass der Dirac-String unendlich dünn sein muss, sodass er nicht „zu sehen“ ist. Aber die Quantenmechanik erlaubt es über den Aharonov-Bohm-Effekt, einen beliebig dünnen Faden zu detektieren, und zwar über die Interferenz in der Wellenfunktion eines Elektrons, das sich im Raum um den Faden herum bewegt. Um solch eine Interferenz zu unterbinden, muss die Phasenverschiebung durch den magnetischen Fluss – proportional zum Produkt von  $q_D$  und  $e$  – ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  betragen. Existiert also ein Monopol mit magnetischer Ladung  $q_D$ , so folgt aus der Quantisierung des Produktes  $e q_D$  die wohlbekannte Quantisierung der elektrischen Ladung  $e$ .

Nun ist unsere Monopolladung  $q_m = 2 \mu/a$  aber viel kleiner als  $q_D$ . Dafür liegen das Dipolmoment eines Atoms und das eines freien Elektrons, das Bohrmagneton  $\mu_B$ , viel näher beieinander. Um vom Dipolmoment zur Monopolladung zu kommen, ist aus Dimensionsgründen eine Längenskala  $q = \mu/\lambda$  erforderlich. Das Elektron als Elementarteilchen kennt nur eine solche Skala, nämlich die Compton-Wellenlänge  $\lambda_C$ , also die Wellenlänge eines Photons, dessen Energie der Ruhemasse des Elektrons entspricht. In der Festkörperphysik spielt  $\lambda_C$  gewöhnlich keine Rolle, dafür treten andere Längenskalen in Erscheinung – insbesondere die oben erwähnte, viel größere Gitterkonstante  $a \gg \lambda_C$ . Schließlich tritt die dimensionslose Feinstrukturkonstante  $\alpha \approx 1/137$  noch auf und der Größenunterschied beträgt:

$$\frac{q_m}{q_D} = \frac{2\mu}{\mu_B} \frac{\alpha \lambda_C}{2\pi a} \approx \frac{1}{8000} \quad (1)$$

Wie passt dies zum Diracschen Argument? Die Antwort ist einfach – unsere Monopole verfügen über einen *nachweisbaren* Dirac-String: Bei der Entstehung der Monopole aus dem „Vakuum“ wurde ein Faden von Spins invertiert. Diese Inversion führt zu einer Divergenz der Magnetisierungsdichte, die sich in dem Magnetfeld des Monopols niederschlägt; da sie nachweisbar ist, liegt kein Widerspruch zu Dirac vor.

1) Dessen Diskussion würde den Rahmen dieses Artikels sprengen. Mehr zu diesem Thema bietet beispielsweise [1].

## Auf der Suche nach Monopolen

Diese Idee der Nachweisbarkeit von Dirac-Strings bildete die Grundlage eines originellen Neutronenstreuungsexperiments, das am Helmholtz-Zentrum Berlin durchgeführt wurde [14]. Durch den geschickten Einsatz eines Magnetfeldes gelang es dort zu zeigen, dass sich die Spinkorrelationen eines Neutronenstreuungsexperiments durch ein einfaches Modell der Dirac-Strings erklären lassen. Zuvor hatten sich die Kollegen in der Hochenergiephysik bereits ausführlich mit der Suche nach Monopolen beschäftigt. Ein berühmtes Experiment von Blas Cabrera in Stanford aus den frühen 80er-Jahren bestach durch seine kreativen Kombinationen aus der Elementarteilchen-, Festkörperphysik und dem Elektromagnetismus [15].

Die Idee beruht darauf, dass ein stationärer Beobachter ein zeitabhängiges Magnetfeld sieht, wenn sich ein Monopol bewegt (Abb. 5). Nach der Lenzschen Regel führt dies zu einer elektrischen Spannung, die in einem leitenden Medium einen Strom induziert, der wiederum ein Magnetfeld hervorruft, das die ursprüngliche Änderung des Magnetfeldes verringert. Ist das leitende Medium ein supraleitender Ring, so ist erstens der Strom genau so groß, dass er die Änderung des Flusses durch den Ring exakt kompensiert. Zweitens bleibt der Suprastrom bestehen, nachdem der Monopol das Labor längst wieder verlassen hat – aus der Größe dieses Stromes folgt also die magnetische Ladung des Monopols,  $I_{sc} = \beta q_D$ , wobei die Konstante  $\beta$  von der Geometrie des Ringes abhängt. Nun gelang bei diesem Experiment nur der Nachweis eines einzigen „Events“ am 14. Februar 1982 („Valentinsmonopol“), was angesichts der Dauer des Experiments lediglich eine obere Schranke für die kosmische Monopoldichte ergab. Lassen sich mit solch einem Versuchsaufbau, zumindest prinzipiell, auch Monopole im Spineis messen? Die Antwort lautet ja. Wenn ein Monopol einen supraleitenden Ring, der um einen Spineiskristall gewickelt ist, durchschreitet, hinterlässt er genauso einen Suprastrom  $I_{sc} = \beta q_m$ .

Was unterscheidet also ein Elementarteilchen wie den Dirac-Monopol von einem Quasiteilchen wie den Monopol in Spineis? Wir wissen, dass letzterer offensichtlich kein Elementarteilchen ist – wenn wir Spineis aufwärmen, finden wir nur noch Spins und keine Monopole mehr. Allerdings könnte es bei einem Dirac-Monopol letztlich genauso aussehen – man müsste ihn ebenfalls „aufwärmen“, also ein Experiment bei noch

höheren Energien durchführen, um sicherzustellen, dass er nicht auch „nur“ ein emergentes Teilchen einer noch fundamentaleren Hochenergie Theorie ist.

Eine experimentelle Bestätigung, dass ein Teilchen elementar ist, gibt es also prinzipiell nicht, und wir haben in den letzten 150 Jahren genügend Erfahrung gesammelt – z. B. mit der Entdeckung der Atome, des Elektrons, Protons und Neutrons, gefolgt von den Quarks –, um eine ganze Menge Überraschungen zwischen uns und der Planck-Skala von  $10^{-35}$  m zu erwarten. Ein Grund, warum die Experimente am LHC über die Entdeckung des Higgs-Bosons hinaus so interessant sein können, besteht in der Hoffnung, dass sie den Weg in die Physik jenseits des Standardmodells – der gegenwärtigen emergenten „Niedrigenergie Theorie“ – weisen werden.

## Kollektive Physik der Monopole

Verglichen mit dem Nachweis einzelner Monopole ist das kollektive Verhalten von Quasiteilchen einfach zu untersuchen. Für nicht allzu stark wechselwirkende Monopole ist die kollektive Beschreibung wohlbekannt [5] – sie bilden eine magnetische Coulomb-Flüssigkeit, ein „Magnetolyt“. Dies ist ein magnetisches Pendant eines Elektrolyt, dessen mathematische Beschreibung völlig analog ist. So ist das Phasendiagramm eines Elektrolyts als Funktion des chemischen Potentials und der Temperatur intensiv untersucht und charakterisiert durch einen „Flüssigkeits-Gas-Übergang“ mit einem kritischen Endpunkt (Abb. 6) [16].

Praktischerweise lässt sich das chemische Potential für Monopole sogar experimentell leicht verändern, indem man ausnutzt, dass der Grundzustand von Spineis in einem hinreichend starken Magnetfeld in der kristallografischen [111]-Richtung die Eisregeln verletzt: Wird solch ein Feld angelegt, so polarisiert es erst das eine der vier Untergitter von Spineis, dessen Ising-Achse parallel zum Feld ist (Abb. 6), da diese Momente am meisten Magnetfeldenergie gewinnen. Um die Eisregel zu erfüllen, muss von den verbleibenden drei Momenten jedes Tetraeders eines eine negative Projektion auf das Magnetfeld haben. Diese Situation, ein sog. Kagome-Eis, diskutieren wir weiter unten nochmals. Wenn das Feld stärker wird, kostet es immer weniger Energie, dieses dritte Moment umzukehren, da der Gewinn an Magnetfeldenergie den Bruch

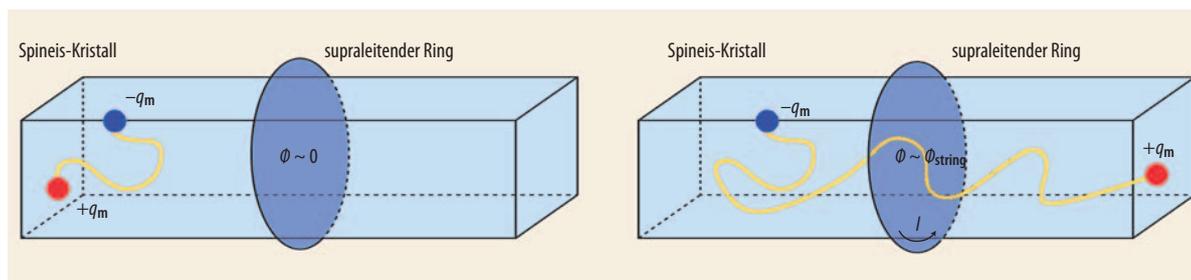


Abb. 5 Wenn ein Monopol einen supraleitenden Ring durchquert, führt dies aus Sicht des Ringes zu einem zeitabhängigen

Magnetfeld. Dies induziert einen Suprastrom  $I_{sc}$  in dem Ring, dessen Größe proportional zur Ladung des Monopols ist.

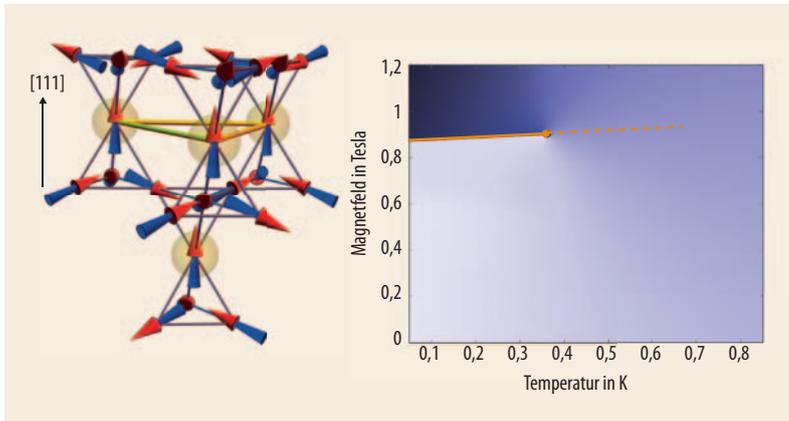


Abb. 6 Ein entlang der kristallographischen [111]-Richtung angelegtes Magnetfeld verändert das chemische Potential der Monopole (links). Im dazugehörigen Feld-Temperatur-Phasendiagramm von Spineis endet ein Phasenübergang ers-

ter Ordnung, an dem die Monopoldichte einen Sprung aufweist, in einem kritischen Endpunkt. Dies ist analog zum Übergang zwischen Flüssigkeits- und Gasphase im Druck-Temperatur-Phasendiagramm von Wasser.

der Eisregel immer mehr aufwiegt – das chemische Potential des Monopols, die Summe dieser beiden Terme, sinkt also.

Bei noch stärkerem Magnetfeld sind diese Kosten negativ, es lohnt sich also schließlich, auch die verbleibenden Momente entlang des Feldes auszurichten, sodass in allen Tetraedern ein Monopol bzw. Antimonopol zu finden ist. Die Dichte der Monopole steigt dann in einem Phasenübergang erster Ordnung sprunghaft an, und entgegengesetzt geladene Monopole besiedeln die beiden Untergitter der Tetraeder auf dem Pyrochlogitter dicht. Genau dies ist der Flüssigkeits-Gas-Übergang, der bei höheren Temperaturen durch einen kontinuierlichen Crossover ersetzt wird.

Nun braucht man nichts über Monopole zu wissen, um das Phasendiagramm von Spineis als Funktion von Temperatur und Magnetfeld auszumessen. Dies taten schon 2004 Forscher in Japan [17], die damals feststellten, dass solch ein Flüssigkeits-Gas-Übergang für isolierende Spinsysteme noch nie nachgewiesen worden war. Das Monopolbild erklärt das ungewöhnliche Auftreten als Folge der Magnetolyteigenschaften der Monopole in Spineis.

### Neue Teilchen in der Festkörperphysik

Inwiefern bereichert nun Spineis unser Bild von Ordnung, Unordnung und neuen Materiezuständen? Der Spineiszustand ist das erste Beispiel einer Coulomb-Phase in einem dreidimensionalen Magneten. Wie bei neuen Grundzuständen üblich, finden sich auch neuartige Anregungen – Magnonen in Ferromagneten, Phononen in Festkörpern und eben Monopole in Spineis. Dass die ursprünglichen Freiheitsgrade – die magnetischen Momente – durch andere emergente Freiheitsgrade ersetzt werden, ist nicht ungewöhnlich. Besonders ist, dass es sich dabei um ein Eichfeld handelt und dass die emergenten Quasiteilchen eine Eichladung aufweisen.

In theoretischen Modellen treten Eichfelder nicht selten auf. Spineis zeichnet aber aus, dass es zur Theorie auch ein experimentelles System gibt, in dem sich dieses Eichfeld tatsächlich nachweisen lässt. Eine weitere Besonderheit sieht zunächst ganz natürlich aus: Die Monopole in Spineis haben zwei Eichladungen – eine für das emergente Eichfeld und eine andere, intrinsische, für den konventionellen Elektromagnetismus. Letztere,  $q_m \approx q_D/8000$ , leitet sich aus Gl. (1) ab. Aber die Struktur der emergenten Eichtheorie hätte sich nicht wesentlich geändert, wenn die Spins kein magnetisches Moment gehabt hätten, sondern nur eine Richtungsvariable, eben welches Ende rot und welches blau angemalt ist. Diese Farbe alleine würde ausreichen, eine emergente Eichladung zu definieren.

Wirklich verblüffend ist die Einsicht, dass die mathematische Form der beiden Eichtheorien identisch ist: Die emergente Eichtheorie hat dieselbe Form wie die Maxwellsche Magnetostatik, die das magnetische Feld der Spins beschreibt, das intrinsisch – unabhängig vom Vielteilchenzustand – existiert. Solch eine Formgleichheit ist alles andere als selbstverständlich. Sie lässt sich sogar gezielt zerstören: Begibt man sich durch Anlegen eines Magnetfeldes in das Kagome-Eis-Regime, hat dies auf die intrinsische Eichstruktur keinen Einfluss – die magnetische Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Monopolen bleibt unverändert. Gleichzeitig wird das emergente Eichfeld aber durch eine zweidimensionale Version ersetzt. Dies geschieht, da die durch das Magnetfeld zuerst polarisierten Momente jeweils zweidimensionale Dreiecksgitter bilden (Abb. 6). Diese sind in der dritten Dimension alternierend geschichtet, mit nun entkoppelten, ebenfalls zweidimensionalen Kagome-Gittern, die aus an den Eckpunkten verbundenen Dreiecken aufgebaut sind (Abb. auf S. 41). Auf diesen befinden sich die restlichen Momente. Da in  $d = 2$ , anders als in  $d = 3$ , keine lokale Eichinvarianz vorliegt, ist die resultierende emergente Eichtheorie komplexer, und sie hat nicht mehr dieselbe Form wie die intrinsische Eichtheorie. Entsprechend treten zusätzliche Korrelationen auf: In Abb. 3e sind neben den Pinchpoints weitere, für die Zweidimensionalität charakteristische Quasi-Peaks zu erkennen [18].

### Ausblick

Der Fortschritt der letzten Jahre hat ein umfassendes Bild von topologischer Festkörperphysik und Fraktionierung in Spineis geliefert. Hintergründe und weitere Details finden sich in einem Übersichtsartikel [9]. Darüber hinaus gibt es eine Reihe aktueller Entwicklungen: Neben der Dynamik, deren Details noch weitgehend unklar sind, sind vor allem Quanteneffekte in Spineis von Interesse. Die Hauptattraktion dieser Quantentheorie liegt im Erscheinen von emergenten Photonen, deren mathematische Struktur der von Photonen im elektromagnetischen Vakuum entspricht, bei denen es sich aber um kollektive Anregungen des Spinsystems handelt: Spineis wird zum Äther dieser künst-

lichen Photonen. Ganz allgemein sind auch kollektive Phänomene und stark wechselwirkende Monopole von Interesse, vor allem im Nichtgleichgewicht.

Darüber hinaus existiert Spineis in anderen Inkarnationen auf größeren Skalen: einerseits in mikromagnetischen Arrays, die lithografisch hergestellt werden, andererseits sogar in makroskopischen Systemen, deren nichtlineare Dynamik erst in Ansätzen verstanden ist. Alles in allem verspricht dieses Feld noch viele interessante und grundlegende Fragen aufzuwerfen.

### Danksagung

Ich möchte mich bei all meinen Kollegen bedanken, mit denen ich im Laufe der Jahre an Spineis geforscht habe; für alle Namen fehlt hier leider der Platz, aber besonders hervorzuheben sind natürlich meine Koautoren der ersten Vorhersage magnetischer Monopole in Spineis, C. Castelnovo und S. L. Sondhi. T. Fennell, H. Kadowaki und O. Petrenko sei für die Bereitstellung experimenteller Daten für diesen Artikel gedankt.

### Literatur

[1] P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A **133**, 60 (1931)  
 [2] www.nobelprize.org/nobel\_prizes/chemistry/laureates/2000/  
 [3] R. Rajaraman, Übersichtsartikel „Fractional Charge“, arXiv:cond-mat/0103366  
 [4] www.nobelprize.org/nobel\_prizes/physics/laureates/1998/  
 [5] C. Castelnovo, R. Moessner und S. L. Sondhi, Nature **451**, 42 (2008)  
 [6] J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, Wiley, New York (1975)  
 [7] M. J. Harris et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 2554 (1997)

[8] S. T. Bramwell und M. Gingras, Science **294**, 1495 (2001)  
 [9] C. Castelnovo, R. Moessner und S. L. Sondhi, Annual Review of Condensed Matter Physics **3**, 35 (2012)  
 [10] A. P. Ramirez et al., Nature **399**, 333 (1999)  
 [11] C. Nayak et al., Rev. Mod. Phys. **80**, 1083 (2008)  
 [12] T. Fennell et al., Science **326**, 415 (2009)  
 [13] H. Kadowaki et al., J. Phys. Soc. Jpn. **78**, 103706 (2009)  
 [14] D. J. P. Morris et al., Science **326**, 411 (2009)  
 [15] B. Cabrera, Phys. Rev. Lett. **48**, 1378 (1982)  
 [16] V. Kobelev, A. B. Kolomeisky und M. E. Fisher, J. Chem. Phys. **116**, 7589 (2002)  
 [17] H. Aoki, T. Sakakibara, K. Matsuhira und Z. Hiroi, J. Phys. Soc. Jpn. **73**, 2851 (2004)  
 [18] R. Moessner und S. L. Sondhi, Phys. Rev. B **68**, 064411 (2003)

### DER AUTOR

Roderich Moessner ist Direktor am Max-Planck-Institut für Physik komplexer Systeme in Dresden sowie Honorarprofessor an der dortigen TU. In seiner Promotion in Oxford sagte er Ladungsdichtewellen in der Quanten-Hall-Physik voraus. Als Postdoc in Princeton etablierte er die Existenz einer Quantenspinflüssigkeit auf dem Dreiecksgitter. Danach verbrachte er mehrere Jahre in Paris, wo er an der Ecole Normale Supérieure eine CNRS-Stelle innehatte. Er war einer der Empfänger des Europhysics Prize 2012 der EPS Condensed Matter Division sowie des Leibnizpreises 2013 der DFG. Zurzeit arbeitet er an topologischer Festkörperphysik und interessiert sich außerdem für Quanteninformationstheorie.

