

# Lasermaßstab bis zum Mond

**Laufzeitmessungen erlauben es, das Erde-Mond-System zu vermessen und Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie zu testen.**

Jürgen Müller, Liliane Biskupek, Franz Hofmann und Enrico Mai

Bei der ersten bemannten Mondmission Apollo 11 hatten Neil Armstrong und Buzz Aldrin auch einen Retro-Reflektor im Gepäck, den sie im Juli 1969 auf der Mondoberfläche absetzten. Damit begann ein neues Zeitalter bei der Erforschung der Erde-Mond-Dynamik und für hochgenaue Tests von Einsteins Relativitätstheorie. Die Reflektoren dreier Apollo- sowie zweier unbemannter sowjetischer Mondmissionen bilden ein immer noch funktionierendes Netzwerk für Laufzeitmessungen mit Laserpulsen von der Erde.

Das Prinzip klingt einfach: Man schickt einen Laserstrahl von der Erde zu einem Reflektor auf dem Mond und bestimmt anhand der gemessenen Laufzeit die Entfernung zum Erdtrabant. In der Praxis ist dieses so genannte Lunar Laser Ranging (LLR) allerdings eine sehr anspruchsvolle Methode, deren Messgenauigkeit sich von 1969 bis heute vom Meter- zum Millimeter-Bereich hin verbessert hat. LLR ist das geodätische Weltraumverfahren mit der längsten Datenreihe. Die Auswertung der gesammelten Messdaten ermöglicht es, Bahn und Orientierung des Mondes gegenüber früheren astronomischen bzw. astrometrischen Beobachtungen signifikant besser zu bestimmen. Dank der langen Datenreihe, des großen Abstands von im Mittel 384 000 Kilometer und den involvierten bewegten großen Massen stellt das Erde-Mond-System außerdem ein natürliches Labor dar, um die Einsteinsche Relativitätstheorie zu überprüfen.

Die Allgemeine Relativitätstheorie (ART), mit der Albert Einstein vor hundert Jahren das physikalische Verständnis von Raum und Zeit auf eine völlig neue Basis gestellt hat, bildet die Grundlage für die Datenauswertung aller geodätischer Weltraumverfahren [1], zu denen neben LLR weitere Methoden gehören: Bei der Interferometrie mit langen Basislinien (Very Long Baseline Interferometry, VLBI) empfangen mehrere Teleskope auf der Erde die Signale ferner Radioquellen. Durch die Auswertung von Zeitdifferenzen lassen sich einerseits Parameter der Erdorientierung und Stationskoordinaten im globalen terrestrischen Referenzsystem mit Millimeter-Genauigkeit bestimmen und andererseits die Positionen der Radioquellen als raumfeste Referenz. Die Auswertung der Signale von globalen Navigationssatelliten-Systemen (GNSS), von denen GPS am bekanntesten ist, basiert auf einem Phasendifferenzmessverfahren. Aus der Analyse der Daten



lassen sich auch Erdrotationsgrößen, wie Polbewegung und Tageslängenschwankungen, ableiten. Beim „Satellite Laser Ranging“ (SLR) misst man die Laufzeiten von Laserpulsen zu den Satelliten und zurück millimetergenau, um daraus Satellitenbahnen sowie Stationskoordinaten, Erdrotationsgrößen und Schwerefeldparameter zu bestimmen.

Diese Methoden erlauben es umgekehrt auch Effekte der Relativitätstheorie zu untersuchen, beispielsweise die Ablenkung elektromagnetischer Wellen an der Sonne (VLBI) oder relativistische Rotationen von Satellitenbahnen (SLR). Das zurzeit beste Werkzeug für relativistische Tests im Sonnensystem sind jedoch Abstandsmessungen zum Mond, die unter anderem unsere Arbeitsgruppe am Institut für Erdmessung (IfE) der Leibniz Universität Hannover auswertet.

Aktuell führen vier Observatorien Entfernungsmessungen zum Mond durch: In den USA sind das

Das Laserteleskop der APOLLO-Station in New Mexico erzielt derzeit die höchste Messgenauigkeit für Abstandsmessungen zwischen Erde und Mond.

## KOMPAKT

- Lasermessungen zum Mond (Lunar Laser Ranging) liefern einen einzigartigen Datensatz, um eine ganze Reihe von Effekten im Erde-Mond-System zu untersuchen.
- Lunar Laser Ranging erlaubt die Untersuchung von bis zu zehn relativistischen Größen und insbesondere der Gültigkeit des Äquivalenzprinzips und der Konstanz der Gravitationskonstanten.
- Bislang ließen sich keine Verletzungen der Einsteinschen Theorie nachweisen.

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Müller, Dr.-Ing. Liliane Biskupek, Dipl.-Ing. Franz Hofmann und Dr.-Ing. Enrico Mai, Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover, Schneiderberg 50, 30167 Hannover

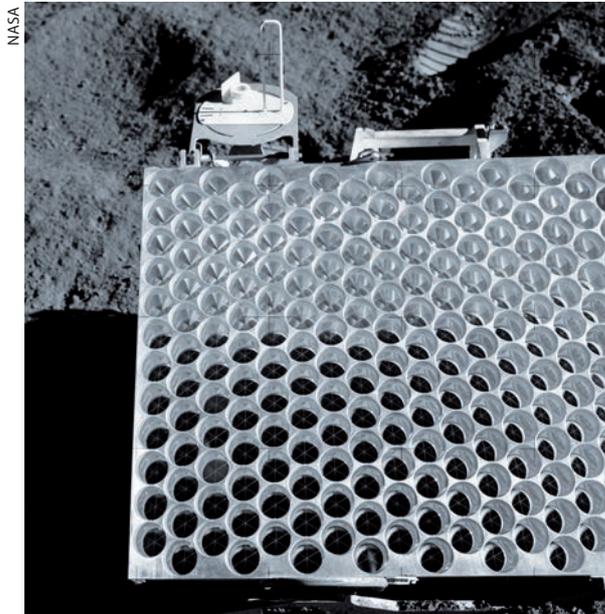


Abb. 1 Der Retro-Reflektor von Apollo 15 besteht aus insgesamt 300 Tripelprismen mit jeweils 3,8 Zentimeter Durchmesser.

APOLLO (Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation [2], Abb. auf S. 35) in New Mexico und das McDonald Observatory in Texas, in Frankreich das Observatoire de la Côte d'Azur in Grasse und in Italien die Matera Laser Ranging Station. Das Observatorium Haleakala auf Hawaii hat von 1984 bis 1990 auch Messungen betrieben, während das deutsche Geodätische Observatorium in Wettzell im Bayerischen Wald nach einigen erfolgreichen Testmessungen in Kürze regulär Messungen aufnehmen soll.

### Messtechnische Herausforderungen

Aufgrund der gebundenen Rotation des Mondes zeigt stets seine gleiche Seite zur Erde. Dadurch können die Reflektoren fast über den kompletten Mondumlauf von der Erde aus angepeilt werden. Einschränkungen gibt es während der Zeiten um Neu- und Vollmond. Bei Neumond lässt der geringe Winkelabstand zur Sonne keine Messungen zu. Bei Vollmond erschweren die erhöhte Rate an Störphotonen von der beleuchteten Mondoberfläche sowie die Signalabschwächung aufgrund von aufgeheiztem Mondstaub auf den Reflektoren die Detektion der Laserpulse mit kleineren Teleskopen.

Doch auch bei besten Bedingungen sind die Laufzeitmessungen zwischen Erde und Mond sehr anspruchsvoll. Ein dafür eingesetzter grüner Nd:YAG-Laser mit einer Wellenlänge 532 nm erzeugt kurze Pulse mit einer Frequenz von 10 bis 20 Hz, einer Energie von 100 bis 200 mJ und einer Pulslänge von ungefähr 100 ps. Dies ergibt eine 1,5 cm dicke „Scheibe“ aus Laserlicht, die den Durchmesser der jeweiligen Teleskopöffnung hat, z. B. 3,5 Meter bei APOLLO oder 70 Zentimeter bei Wettzell. Ein einzelner Puls mit einer Energie von 100 mJ enthält rund  $3 \times 10^{17}$  Photonen. Der Laserpuls wird durch das Teleskop ausgesendet, wobei ein kleiner Teil des ausgehenden Strahls ausgekoppelt wird, um die genaue Startzeit zu ermitteln. Aufgrund atmosphärischer Turbulenzen divergiert das Laser-

licht zwischen ein und fünf Bogensekunden. Auf der Mondoberfläche beleuchtet der Laserpuls daher eine Kreisfläche mit einem Durchmesser von 1,9 Kilometer pro Bogensekunde Divergenz und trifft im Idealfall auf einen Retro-Reflektor.

Der Reflektor der Apollo-15-Mission ist der größte aller fünf LLR-Reflektoren (Abb. 1). Die reflektierende Fläche ist mit nur 0,34 Quadratmeter verschwindend klein gegenüber dem mehrere Quadratkilometer großen Lichtkreis auf der Mondoberfläche. Daher sind möglichst gute Atmosphärenbedingungen für die Messung notwendig, denn bei einer Divergenz von einer Bogensekunde trifft nur jedes 25-millionste Photon des Laserpulses auf den passiven Retro-Reflektor. Der zurückgesandte Puls ist aufgrund der Reflektoreigenschaften ebenfalls divergent. Auf der Erde verteilen sich die rückkehrenden Photonen auf eine Kreisfläche mit 15 Kilometer Durchmesser. Zusammen mit Signalverlusten durch Reflektoralterung, dem zweimaligen Durchlauf der Atmosphäre und dem Transmissionsfaktor des Empfangssystems (Teleskop, Filter, Empfangseigenschaften) kommt im Durchschnitt weniger als ein Photon pro ausgesandten Puls wieder auf die Erde zurück, was einem Signalverlust von 18 Größenordnungen entspricht [3]! Jede LLR-Messung bedeutet also eine anspruchsvolle Detektion von Einzelphotonen, für die Lawinenphotodioden zum Einsatz kommen. Eine dreifache Filterung (räumlich, spektral, zeitlich) dient dazu, die einzelnen reflektierten Photonen des Laserpulses von der vielfach stärkeren Intensität des Störlichtes vom Mond zu trennen: Der räumliche Filter ist eine Blende im Teleskop, die nur das Licht eines etwa zwei mal zwei Bogensekunden großen Bereichs der Mondoberfläche um den Reflektor herum zur Empfangseinheit durchlässt. Im spektralen Bereich kommt ein sehr engbandiger Linienfilter mit einer Halbwertsbreite von etwa einem Nanometer um die verwendete Laserwellenlänge zum Einsatz. Die effek-

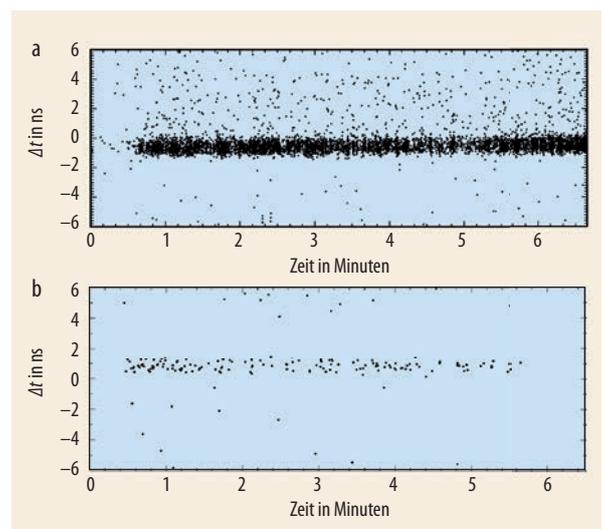


Abb. 2 Laufzeitmessungen mit dem Apollo-15-Reflektor über einen Zeitraum von sechs Minuten zeigen je nach Empfangsstation eine stärker (a, APOLLO, 8000 Einzelpulse) oder schwächer (b, Grasse, 3600 Einzelpulse) ausgeprägte Häufung in der Nähe der vorausberechneten Laufzeit.

tivste Filterung findet zeitlich statt. Die Dioden sind so gesteuert, dass nur für ein kurzes Zeitfenster von etwa 100 Nanosekunden um den (mit Hilfe eines Modells) berechneten Empfangszeitpunkt Photonen detektiert werden können. Die zeitliche Differenz aus Empfangs- und Startzeitpunkt ergibt die Laufzeit des Laserpulses, die eigentliche Messgröße. Für eine millimetergenaue Entfernungsmessung zum Mond sind zudem Atomuhren mit einer Frequenzstabilität von besser als  $10^{-12}$  über einen Zeitraum von wenigen Sekunden nötig. Ein empfangenes Photon lässt sich prinzipiell nicht eindeutig einem Einzelpuls zuordnen, denn es könnte sich dabei immer noch um ein Störphoton handeln. Um einen eindeutigen Messwert für die Abstandmessung zu erzeugen, werden die Messungen der Einzelpulse über einen Zeitraum von 5 bis 15 Minuten zu einem sogenannten Normalpunkt zusammengefasst.

Bei gemessenen Daten (beobachtet minus berechnet) einer typischen LLR-Messung zeigt sich je nach Station eine mehr oder weniger deutliche Häufung der vom Mond zurückgekehrten Photonen in der Nähe der vorherberechneten Laufzeit (Abb. 2). Vergleicht man die Anzahl der empfangenen Photonen mit der Anzahl der im gleichen Zeitraum ausgesendeten Laserpulse, so werden bei APOLLO im Mittel 0,2 vom Reflektor kommende Photonen pro Puls empfangen, bei Grasse sind es nur 0,04 Photonen pro Puls. Für statistisch abgesicherte Messwerte fasst man die Einzelmessungen in einem Histogramm zusammen (Abb. 3), das zur Bestimmung der Normalpunkte dient. Dabei wird durch entsprechende Mittelung und Filterung eine Laufzeitmessung zu einem bestimmten Zeitpunkt als endgültiger Messwert gewonnen. Diese Normalpunkte sind letztlich die Beobachtungen in der Analyse der LLR-Daten (Abb. 4). Oft beobachtet über längere Perioden nur eine Station den Mond. Das liegt daran, dass die Umrüstung einer Station, die routinemäßig SLR betreiben, für die wesentlich anspruchsvolleren Messungen zum Mond aufwändig und teuer ist, sodass nur wenige Stationen diesen Schritt durchführen können.

Rund Zweidrittel der Messungen wurden zum größten Reflektor der Apollo-15-Mission durchgeführt (Abb. 5), der für die Stationen das „leichteste“ Ziel darstellt. Wenn schon von diesem Reflektor kein Signal empfangen werden kann, ist es unwahrscheinlich, ein brauchbares Signal von den anderen, kleineren Reflektoren zu erhalten. In den letzten Jahren hat sich die Situation etwas verbessert, da mit APOLLO und dem erneuerten französischen System auch die kleineren Reflektoren zuverlässig angepeilt werden können.

### Modellierung und Datenanalyse

Das am IfE verwendete Auswertemodell für die Entfernungsmessungen zum Mond ist bis zur ersten Post-Newtonschen Ordnung formuliert, d. h. inklusive relativistischer Terme proportional zu  $1/c^2$  [4]. Die relativistische Modellierung umfasst die Bahnen der größeren Körper im Sonnensystem, die Rotation von

Erde und Mond, die Signalausbreitung, die Referenzsysteme sowie die zugehörigen Zeitsysteme. Außerdem ist die Berücksichtigung verschiedener klassischer Effekte wichtig, die zu einer zeitlichen Variation der Stationskoordinaten führen [5]. Den größten Effekt mit bis zu 30 Zentimetern in der radialen Komponente haben die Gezeiten der festen Erde, die durch die gravitativen Kräfte von Sonne und Mond entstehen. Die Himmelskörper beeinflussen zudem die Atmosphäre sowie den Ozean und verursachen Massenverlagerungen und zeitlich veränderliche Auflasten, welche die Stationskoordinaten ändern. Der Ozean kann Stationsbewegungen bis zu zehn Zentimeter verursachen, der Einfluss der gesamten Atmosphäre fällt mit 1,5 Zentimeter wesentlich kleiner aus. Zudem gilt zu berücksichtigen, dass sich die Kontinentalplatten bewegen. Daraus ergeben sich für die Stationen Verschiebungen im Bereich weniger Zentimeter pro Jahr.

In der LLR-Analyse finden verschiedene Koordinatensysteme (raumfest, körperfest) Verwendung, zwischen denen transformiert werden muss. So beziehen sich die Stations- bzw. Reflektorkoordinaten auf jeweils körperfeste Koordinatensysteme der Erde bzw. des Mondes. Andererseits erhält man die Bahnen der beteiligten Himmelskörper (Erde, Mond, Drittkörper) durch numerische Integration der relativistischen Einstein-Infeld-Hoffmann-Bewegungsgleichungen. Diese EIH-Gleichungen sind für ein Inertialsystem formuliert und beschreiben lediglich die Bewegung von Massepunkten. Sollten sich die Genauigkeitsanforderungen für die Modellierung erhöhen, lassen sich entsprechend Terme höherer Ordnung hinzuziehen, wie relativistische Massen- und/oder Spin-Multipolmomente [6]. Außerdem werden für Erde, Mond und Sonne die Figurenkräfte berücksichtigt, die durch eine nicht-punktsymmetrische Massenverteilung entstehen. Es sei angemerkt, dass man analog zu den drei Raumkomponenten bei Bedarf auch eine relativistische Bewegungsgleichung für die Zeitkomponente herleiten kann. Die Rotation des Mondes wird bei den Analysen am IfE durch numerische Integration (simultan mit den translatorischen Bewegungsgleichungen) der Euler-Liouville-Gleichungen berechnet, während die

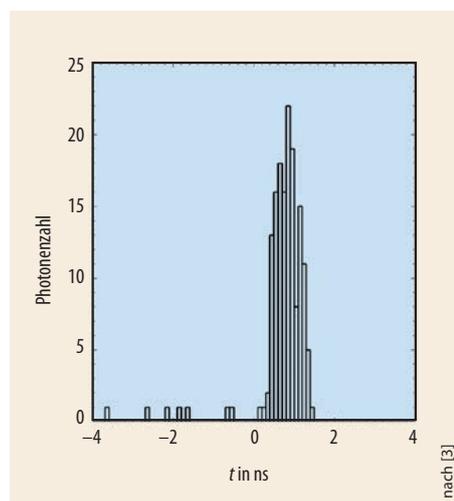


Abb. 3 Das Histogramm einer LLR-Messung der Station Grasse: Die vom Reflektor zurückkehrenden Photonen wurden mit einem Offset von rund einer Nanosekunde zum berechneten Zeitpunkt empfangen. Die Spreizung des Signals wird von der Reflektorausrichtung verursacht.

Rotation der Erde mittels wohlbekannter Transformationen bezüglich Präzession/Nutation, Polbewegung und Erdrotationsphase modelliert wird [7]. Für die Beschreibung der Rotationsbewegungen sind ebenfalls zusätzlich relativistische Terme zu berücksichtigen.

Während der Auswertung der LLR-Daten werden die gemessene und berechnete Entfernung zwischen Station und Reflektor miteinander in Beziehung gesetzt. Die gemessene Entfernung  $d$  zwischen Sendestation und Retro-Reflektor ergibt sich aus der Laufzeit  $\tau_{\text{mess}}$  des Laserpulses, wie folgt

$$d = \frac{c}{2} \tau_{\text{mess}} = \frac{c}{2} (\tau_{12} + \tau_{23} + \Delta\tau_{\text{rel}} + \Delta\tau_{\text{atmo}} + \Delta\tau_{\text{syn}} + \Delta\tau_{\text{syst}}).$$

Der rechte Teil der Gleichung beschreibt den aus modellierten Laufzeitanteilen berechneten Station-Reflektor-Abstand. Hier gilt es zu berücksichtigen, dass Erde und Mond während der Messung jeweils um ihre Achsen rotieren und sich zudem translatorisch bewegen. Aus diesem Grund sind in der LLR-Analyse drei wesentliche Zeitpunkte nötig: der Sendezeitpunkt des Lasers  $t_1$ , der Reflexionszeitpunkt  $t_2$  auf dem Mond und der Empfangszeitpunkt  $t_3$  des zurückkehrenden Signals am Observatorium. In den Beobachtungsdaten sind nur der Zeitpunkt  $t_1$  in UTC und die Laufzeit  $\tau_{\text{mess}}$  gegeben,  $t_2$  und  $t_3$  müssen während der Auswertung iterativ berechnet werden. In diesem Zusammenhang spielen diverse Transformationen zwischen den involvierten Zeitskalen eine Rolle: universelle Weltzeit korrigiert um den Effekt der Polbewegung (UT1), universelle koordinierte Weltzeit (UTC), internationale Atomzeit (TAI), dynamische terrestrische Zeit (TT) und die dynamische baryzentrische Zeit (TDB). Aus den resultierenden Epochenzeiten lässt sich die Pulslaufzeit  $\tau_{12} = t_2 - t_1$  für den Hinweg zwischen Observatorium und Reflektor berechnen, entsprechend für den Rückweg  $\tau_{23} = t_3 - t_2$ .  $\tau_{\text{rel}}$  beschreibt alle Korrekturen der Laufzeit aufgrund der relativistischen Laufzeitverzögerung (Shapiro-Effekt), welche die Massen von Erde und Sonne verursachen, sowie Anteile durch die relativistische Zeittransformation von der terrestrischen Zeitskala auf der Erdoberfläche TT zur dynamisch-baryzentrischen Zeitskala TDB.  $\Delta\tau_{\text{atmo}}$  korrigiert die

atmosphärisch-bedingten Laufzeitverzögerungen,  $\Delta\tau_{\text{syn}}$  korrigiert periodische Veränderungen der geozentrisch betrachteten Mondbewegung aufgrund des Strahlungsdruckes der Sonne und thermischer Effekte.  $\Delta\tau_{\text{syst}}$  berücksichtigt jegliche systematische Fehler durch das Messequipment.

Die Auswertegenauigkeit der Analysesoftware am IfE liegt im Bereich von drei bis vier Zentimetern; sie wird aus dem Vergleich zwischen gemessener und berechneter Erde-Mond-Entfernung abgeschätzt. Dabei entfallen etwa zwei Zentimeter auf systematische Fehler, die beispielsweise aus der Größe und Neigung der Reflektoren resultieren, etwa ein bis zwei Zentimeter sind durch Modellierungsgenauigkeiten, unter anderem bei der Mondrotation, bedingt.

Im Folgenden werden vor allem Ergebnisse des IfE präsentiert, die sich aus der Analyse der inzwischen 45-jährigen Zeitreihe von LLR-Beobachtungen ergeben [7, 8]. Weltweit existieren nur noch drei weitere große LLR-Analysezentren: in den USA das Jet Propulsion Laboratory (JPL), Pasadena und das Center for Astrophysics (CfA) in Cambridge (Mass.) sowie in Frankreich das Paris Observatory Lunar Analysis Center (POLAC). In den letzten Jahren engagieren sich auch verstärkt das italienische National Institute for Nuclear Physics (INFN) in Frascati und die Graduate University for Advanced Studies (SOKENDAI) in Tokio.

### Das Erde-Mond-System

Durch die genaue Bestimmung der Mondbahn lässt sich ein dynamisches Referenzsystem erzeugen. Dieses kann man mit einer kinematischen Realisierung über die Quasare aus VLBI vergleichen. Außerdem ermöglicht es die LLR-Auswertung, die Rotationswinkel des Mondes zu einem Zeitpunkt zu bestimmen. Zusammen mit den Koordinaten der Reflektoren, mit einer Genauigkeit im Dezimeter-Bereich, lassen sich diese Werte nutzen, um ein mondfestes Referenzsystem zu realisieren. Koordinaten und Geschwindigkeiten der Stationen auf der Erde fließen in eine kombinierte Auswertung mehrerer geodätischer Raumverfahren zur Realisierung des internationalen erdfesten Referenzrahmens (ITRF) ein. Die aus LLR geschätzten Koordinaten sind etwa bis auf Dezimeter genau. Durch die langzeitstabile Bahn des Mondes sind die Präzessionskonstante, die langperiodischen Nutationskoeffizienten (mit einer Genauigkeit von 0,5 mas) und die Erdrotationsphase (mit einer Genauigkeit von etwa 0,1 ms) bestimmbar. Diese Größen spielen bei der Transformation zwischen erd- und raumfesten Referenzsystemen eine wichtige Rolle. Ebenso ist es möglich, mit Hilfe des LLR Parameter zu schätzen, die den Mondaufbau beschreiben, z. B. ein Elastizitätsparameter  $k_2$  und ein Dissipationsparameter, der die zeitlich verzögerte Reaktion des Mondes angibt. Ferner werden die Koeffizienten des Mondschwerefeldes bis zum Grad 4 und die Masse des Erde-Mond-Systems bestimmt. Auch die säkulare Gezeitenbeschleunigung

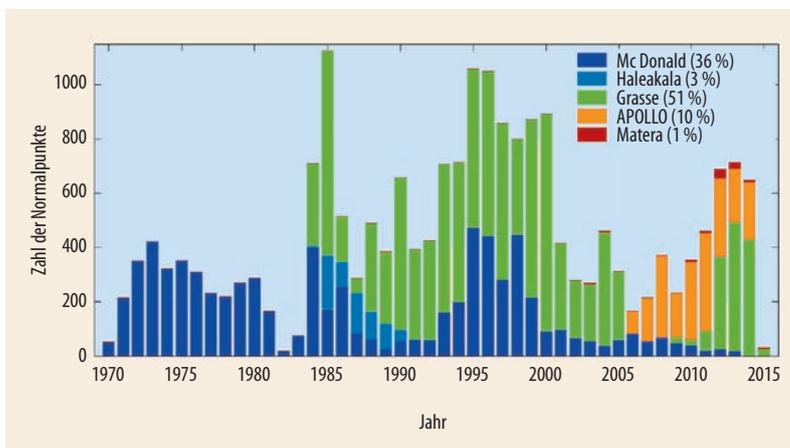


Abb. 4 Im Zeitraum von 1970 bis 2014 haben die jeweils aktiven LLR-Stationen rund 21 000 Normalpunkte bestimmt.

des Mondes, also der Effekt, der dazu führt, dass sich der Mond aufgrund von Gezeitenreibung und Drehimpulserhaltung im Erde-Mond-System mit 3,8 cm/Jahr von der Erde entfernt, lässt sich aus den LLR-Daten berechnen.

### Tests der Gravitationstheorien

Ein wichtiger Anteil der LLR-Analyse beschäftigt sich mit dem Test der Einsteinschen Relativitätstheorie [8]. Mit Untersuchungen zum schwachen Äquivalenzprinzip, zur zeitlichen Veränderung der Gravitationskonstanten und zum räumlichen Verhalten der Gravitationswirkung (skaliert mit dem Abstandsfaktor  $1/r^2$ ) werden zugleich auch wichtige Bausteine der Newtonschen Gravitationstheorie überprüft.

Das Äquivalenzprinzip besagt, dass das Verhältnis zwischen schwerer und träger Masse für alle Körper gleich ist, d.h. alle Materialien werden im freien Fall gleich beschleunigt. Eine mögliche Verletzung des Äquivalenzprinzips müsste also zu einer unterschiedlichen Beschleunigung von Testkörpern in einem Gravitationsfeld, hier der Sonne, führen. Im Erde-Mond-System hätte dies eine kleine Veränderung der Mondbahn gegenüber der Vorhersage aus der Einsteinschen Gravitationstheorie zur Folge. Das Äquivalenzprinzip gibt es in verschiedenen Varianten [9]: Bei einer Verletzung des „schwachen“ Äquivalenzprinzips erfahren zwei Testkörper aus unterschiedlichen Materialien im freien Fall eine unterschiedliche Beschleunigung  $\Delta a_{EM} = a_{Mond} - a_{Erde}$ . Betrachtet man Körper von astronomischer Größe (z. B. Erde und Mond), lässt sich das „starke“ Äquivalenzprinzip untersuchen, bei dem die gravitative Selbstenergie der Körper eine Rolle spielt. Durch die unterschiedliche Zusammensetzung der Erde, die einen nickel- und eisenreichen Kern besitzt, und des silikatreichen Mondes sowie die nicht zu vernachlässigende gravitative Selbstenergie der Körper bietet das Erde-Mond-System die Möglichkeit, einen kombinierten Test des starken plus schwachen Äquivalenzprinzips durchzuführen. In Kombination mit Labormessungen zum schwachen Äquivalenzprinzip lässt sich aus den LLR-Messungen auch eine Aussage zur Gültigkeit des starken Äquivalenzprinzips allein treffen. Schließlich kann man auch untersuchen, ob es möglicherweise eine Kopplung mit dunkler Materie in Richtung des galaktischen Zentrums und damit eine Verschiebung der Mondbahn in diese Richtung gibt [10]. Die LLR-Analyse zeigt bis heute keine Verletzung des Äquivalenzprinzips und gibt eine Obergrenze von  $2 \cdot 10^{-13}$  für eine mögliche Relativbeschleunigung  $\Delta a_{EM} / [1/2(a_{Erde} + a_{Mond})]$  an.

Eine weitere Annahme in Einsteins Relativitätstheorie ist eine zeitlich wie räumlich unveränderliche Gravitationskonstante  $G$ . Alternative Theorien sagen eine Variation von  $G$  voraus. Aus der sehr langen Beobachtungszeitreihe der LLR-Daten lassen sich mögliche zeitliche Variationen mit einer hohen Genauigkeit von  $\dot{G}/G < 1,5 \cdot 10^{-13} / \text{Jahr}$  einschränken. Biskupek hat

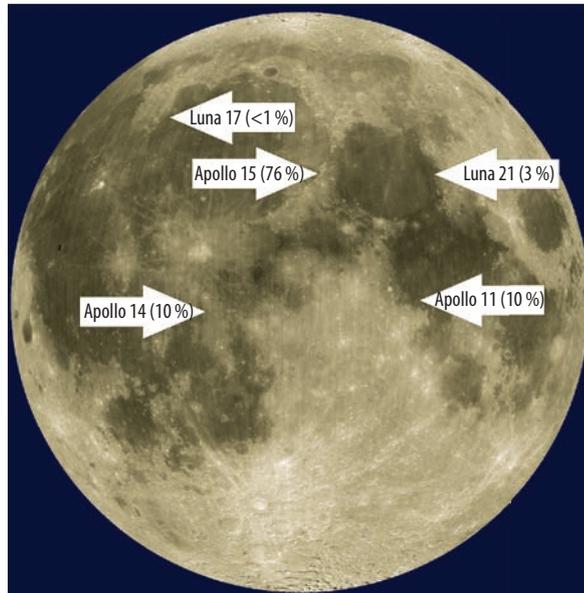


Abb. 5 Drei Retro-Reflektoren kamen mit den amerikanischen Apollo-Missionen 11, 14 und 15 auf dem Mond, zwei weitere (französische) Reflektoren mit den Rovern Lunochod 1 und 2, abgesetzt durch die unbemannten sowjetischen Missionen Luna 17 (1970) und Luna 21 (1973). Angegeben ist der Anteil der mit den jeweiligen Reflektoren gemachten Messungen.

zudem das Limit für eine mögliche quadratische Variation von  $G$  abgeschätzt [7]. Beide Ergebnisse sind für theoretische Physiker äußerst interessant.

Hofmann und Kollegen haben 2014 untersucht, ob es „Yukawa-artige“ Störungen der Mondbahn gibt [11]. Man testet, ob das Newtonsche  $1/r^2$ -Gesetz gilt oder ob es durch so genannte Yukawa-Terme modifiziert werden müsste. Dies würde einer räumlich-abstandsabhängigen Variation der Gravitationskonstanten  $G$  entsprechen. Auch hier hat man keine entsprechende Veränderung der Mondbahn und somit keine Verletzung der Einsteinschen Theorie gefunden. Die parametrisierte Post-Newtonsche Theorie (PPN) führt als Hypothese auch bevorzugte Bezugssysteme ein [4]. In der Einsteinschen Theorie gibt es solche Systeme nicht. Mit LLR lässt sich testen, ob bevorzugte Bewegungsrichtungen existieren, die etwa mit der Bewegung des Sonnensystems um den Mittelpunkt der Galaxie einhergehen. Innerhalb der LLR-Messgenauigkeit hat man keine signifikanten Effekte dieser Art festgestellt [12, 13].

Grundsätzlich lassen sich auch Metrikparameter, wie der Raumkrümmungsparameter  $\gamma$  und der Nichtlinearitätsparameter  $\beta$ , die im Rahmen der PPN-Theorie eingeführt wurden und bei Einstein gleich eins sind, mit LLR bestimmen. Allerdings erzielt man für diese Parameter mit anderen Verfahren höhere Genauigkeiten. Erwähnenswert ist jedoch, dass man aus den Ergebnissen für das starke Äquivalenzprinzip unter bestimmten Annahmen einen Wert für  $\beta$  ableiten kann, der mit einer geringen Abweichung von lediglich  $10^{-4}$  den Einsteinschen Wert bestätigt [8]. Bei der so genannten geodätischen Präzession, die erstmals 1916 von de Sitter bestimmt wurde [14], handelt es sich um eine relativistische Rotation. Mit LLR lässt sich testen,

ob die Mondbahn die von Einstein vorhergesagte Präzessionsbewegung ausführt. Auch hier fand man bislang keine Abweichung von mehr als 0,5 Prozent vom prädierten Wert. So bestätigt die Auswertung der LLR-Messungen die Gültigkeit der Einsteinschen Theorie eindrücklich und trägt zu einem besseren Verständnis des Erde-Mond-Systems bei.

[13] M. Soffel, S. Klioner, J. Müller und L. Biskupek, *Physical Review D* **78**, 024033 (2008)  
 [14] W. de Sitter, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **77**, 155 (1916)

**Literatur**

[1] J. Müller, M. Soffel und S. Klioner, *Journal of Geodesy* **82**, 133 (2008)  
 [2] T. W. Murphy et al., *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **120**, 20 (2008)  
 [3] T. W. Murphy, *Reports on Progress in Physics* **76**, 076901 (2013)  
 [4] C. M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2. Aufl. (1993)  
 [5] G. Petit und B. Luzum (Hrsg.), *IERS Conventions 2010*, Nr. 36 in *IERS Technical Note*, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main (2010)  
 [6] J. Müller, Dissertation (TU München), Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 383 (1991)  
 [7] L. Biskupek, Dissertation (U Hannover), Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 742 (2015)  
 [8] J. Müller, L. Biskupek, F. Hofmann und E. Mai, *Lunar Laser Ranging and Relativity*, in: S. Kopeikin (Hrsg.), *Frontiers of Relativistic Celestial Mechanics*, Bd. 2, De Gruyter, Berlin (2014), S. 99  
 [9] K. Nordtvedt, *Physical Review* **169**, 1014 (1968)  
 [10] J. Müller, F. Hofmann und L. Biskupek, *Classical and Quantum Gravity* **29**, 184006 (2012)  
 [11] F. Hofmann et al., in: Proc. 18th Internat. Workshop on Laser Ranging 2013, 13-0402 (2014), <http://cdis.gsfc.nasa.gov/lw18/docs/papers/Session9/13-04-02-MuellerJM.pdf>  
 [12] J. Müller, K. Nordtvedt und D. Vokrouhlický, *Physical Review D* **54**, 5927 (1996)

**DIE AUTOREN**



**Jürgen Müller** (rechts) ist seit 2001 Professor für Physikalische Geodäsie an der Uni Hannover. Nach seinem Studium an der TU München (Diplom 1988) promovierte er dort mit der Analyse von Lasermessungen zum Mond 1991 und habilitierte 2001 zur Schwerfeld-Gradiometrie-Mission GOCE. Seine Hauptarbeitsgebiete umfassen Schwerfeld-Satellitenmissionen, terrestrische Gravimetrie und zugehörige Erdsystemforschung sowie Lunar Laser Ranging und Tests der Relativitätstheorie. Seit 2004 ist er Deutschlands Repräsentant in der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG), seit 2008 Mitglied der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft. Er ist auch federführender Schriftleiter der deutschen geodätischen Zeitschrift zfv. Die aktive LLR-Arbeitsgruppe am Institut für Erdmessung besteht seit 2006. Dazu gehören (von links) **Franz Hofmann, Liliane Biskupek** und **Enrico Mai**.

Thomas Bührke, Roland Wengenmayr (Hrsg.)  
**Erneuerbare Energie**  
 Konzepte für die Energiewende  
 3. Auflage  
 Um neue technikkbereiche erweitert, komplett aktualisiert!  
 Mit Informationen zu aktuellen Förderprogrammen  
 Sachbuch

ISBN: 978-3-527-41108-5  
 2011 182 S. mit 130 Abb.,  
 davon 128 in Farbe, und 9 Tab.  
 Gebunden. € 34,90

# Energie im Wandel

THOMAS BÜHRKE und ROLAND WENGENMAYR (Hrsg.)  
**Erneuerbare Energie**  
 Konzepte für die Energiewende  
**3., aktualisierte und ergänzte Auflage**

Führende Wissenschaftler erklären wie u.a. Photovoltaik, Solarthermie, Solare Klimatechnik, Wind- und Wasserkraft, Brennstoffzellen, energieeffizientes Bauen und Wasserstoffspeicher zur Netzstabilisierung funktionieren.

Das brandaktuelle Thema jetzt in der dritten Auflage mit 20% mehr Informationen!

**Zur Voraufgabe:**  
 „Kompetent geschrieben, mit Zahlen, Fakten, Diagrammen, Fotos und Literaturhinweisen inklusive Weblinks versehen, bietet das Werk einem großen Interessentenkreis vom Fachmann in der Energiebranche und vom Studierenden bis hin zum Schüler der Sekundarstufe II und zum interessierten Laien eine gute Informationsgrundlage.“  
**ekz Bibliotheksservice**

„... In 15 Aufsätzen erklären führende Wissenschaftler ausführlich, wie die erneuerbaren Energien funktionieren. Farbige Bilder und übersichtliche Infografiken lockern die Texte auf und helfen, zum Teil komplexe Zusammenhänge besser zu verstehen. ...“  
**ZDF Abenteuer Wissen online**

Wiley-VCH • Postfach 10 11 61 • D-69451 Weinheim  
 Tel. +49 (0) 62 01-60 64 00 • Fax +49 (0) 62 01-60 61 84 • E-mail: [service@wiley-vch.de](mailto:service@wiley-vch.de)  
**Besuchen Sie uns unter [www.wiley-vch.de](http://www.wiley-vch.de)**  
 Irrtum und Preisänderungen vorbehalten. Stand der Daten: Februar 2012

WILEY-VCH