

Das Wechselspiel magnetischer Anregungen in Spinflüssigkeiten

Vom „Quark“ zum „Atomkern“ in der Welt der Quantenspins

Götz S. Uhrig und Markus Grüninger

Von Beginn der Quantenmechanik an stehen gebundene Zustände und deren Zustandekommen in ihrem Mittelpunkt. Gebundene Zustände sind neue Objekte, deren Eigenschaften mehr bieten als die Summe ihrer Teile. Dies gilt auch in vielen aktuell interessanten Magneten ohne Ordnung, die ungewöhnliche Anregungen aufweisen. Starke Wechselwirkungen zwischen diesen Anregungen führen zu gebundenen Zuständen – und sogar zu gebundenen Zuständen gebundener Zustände! Solche Phänomene sind in der Physik weit verbreitet; bekannte Beispiele sind die Bindung von Quarks zu Baryonen zu Atomkernen, von Ionen zu Molekülen zu kondensierter Materie oder von Elektronen und Löchern zu Exzitonen zu Bi-Exzitonen.

Magnetismus beschäftigt die Menschen, seit sie vor Jahrtausenden die Kräfte von magnetisiertem Eisenerz bemerkt haben. Er hat seitdem nichts von seiner Faszination eingebüßt. Einer der Gründe für das große Interesse in den letzten Jahren ist die Bedeutung des Magnetismus für die Hochtemperatur-Supraleitung in geschichteten Kupferoxid-Verbindungen, sicher eines der spannendsten und faszinierendsten Gebiete der Festkörperphysik [1]. Um Supraleitung zu erreichen, ist eine anziehende Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern notwendig, sodass trotz der starken Coulomb-Abstoßung die Bildung von gebundenen Zuständen, den Cooper-Paaren, möglich ist. In konventionellen Supraleitern wird diese anziehende Wechselwirkung durch quantisierte Gitterschwingungen, die Phononen, vermittelt. Für die Kupferoxid-Supraleiter und andere unkonventionelle Supraleiter [2] wird hingegen angenommen, dass die Anziehung durch *magnetische* Anregungen vermittelt wird. Daher sind magnetische Anregungen ein ungemein fesselndes Gebiet [3]. Wechselwirkungen und Bindungsphänomene solcher magnetischer Anregungen sollen unser roter Faden durch diesen Artikel sein.

Doch kehren wir noch einmal an den Ausgangspunkt zurück. Kann man mit dem umfassenden Verständnis, das wir über den „Magnetismus von Eisenerz“ haben, die Hochtemperatur-Supraleitung verstehen? Nein, das geht leider nicht. Eine kleinere Komplikation liegt darin, dass in Kupferoxid-Verbindungen benachbarte magnetische Momente *entgegen-*gesetzt parallel ausgerichtet sein wollen, während der

„Magnetismus von Eisenerz“ in der gleichgerichtet parallelen Ausrichtung der magnetischen Momente besteht. Letzteres wird naheliegenderweise Ferromagnetismus genannt, ersteres in Abgrenzung dazu Antiferromagnetismus. Im Eisenerz sind die magnetischen Momente langreichweitig geordnet, d. h. die Ausrichtung eines einzelnen magnetischen Moments legt die Ausrichtung aller anderen Momente fest. Dies ist charakteristisch für klassische Magnete. In Antiferromagneten heißt die langreichweitige Ordnung Néel-Ordnung (Abb. 1).

Die große Komplikation beim Magnetismus in Hochtemperatur-Supraleitern besteht jedoch darin, dass *keine* langreichweitige Ordnung der magnetischen Momente auftritt.¹⁾ Der Magnetismus ist nicht klassisch. Das liegt an der quantenmechanischen Unschärfe. Heisenberg stellte fest, dass der Ort x und der Impuls p nicht gleichzeitig scharf messbar vorliegen können, da sie in der Quantenmechanik keine Zahlen, sondern Operatoren²⁾ sind. Man spricht auch von Quantenfluktuationen, die nicht für Ort *und* Impuls gleichzeitig verschwinden können. Die magnetischen Momente sind an Spins gekoppelt, die man sich klassisch als Vektorpfeile vorstellen kann. Quantenmechanisch sind die Komponenten S_x , S_y und S_z eines solchen Vektorpfeils aber Operatoren, zwischen denen ebenfalls eine Unschärfe vorliegt. Diese Unschärfe bzw. Quantenfluktuationen können die langreichweitige Ordnung unter gewissen Bedingungen zerstören. Die Ordnung ist umso gefährdeter, je kleiner der Betrag des Spins ist und mit je weniger Nachbarspins ein einzelner Spin im Kontakt steht. Genau das ist das „Problem“ in den geschichteten Hochtemperatur-Supraleitern: Der Spin hat hier seinen kleinstmöglichen, noch endlichen Wert, nämlich $1/2$ (hier werden alle Spins in Einheiten von \hbar angegeben). Und es gibt jeweils nur vier Nachbarspins in den Schichten aus Quadratgittern. Quantenfluktuationen spielen also eine sehr wichtige Rolle.

Dominieren die Quantenfluktuationen, so stehen trotzdem zwei benachbarte Spins meist antiparallel, Nächstnachbar-Spins wieder meist parallel und Übernächstnachbar-Spins immer noch häufig antipar-

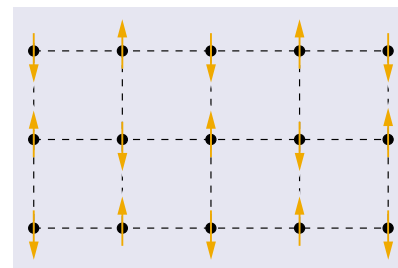


Abb. 1: Bei einem klassischen Antiferromagneten auf einem Quadratgitter bildet sich im Grundzustand die sog. Néel-Ordnung aus, bei der die Spins auf benachbarten Gitterplätzen entgegengesetzt ausgerichtet sind.

1) Zwar wird in den *undotierten* Substanzen langreichweitige Ordnung beobachtet, doch wird sie durch die dotierten Ladungsträger zerstört.

2) Damit eine echte Unschärfe vorliegt, muss der Vertauscher der Operatoren $[x, p] = xp - px$ verschieden von null sein.

Priv.-Doz. Dr. Götz S. Uhrig, Institut für Theoretische Physik, Universität Köln, 50937 Köln, E-Mail: gu@thp.uni-koeln.de; Dr. Markus Grüninger, II. Physikalisches Institut, Universität Köln, 50937 Köln, E-Mail: grueninger@ph2.uni-koeln.de

allel usw.. Aber die Wahrscheinlichkeit, dass Spins so ausgerichtet sind, wie es in Abb. 1 für die Néel-Ordnung gezeigt ist, nimmt mit wachsendem Abstand schnell ab. Es liegt also eine Nahordnung vor, aber keine Fernordnung – ähnlich wie die Moleküle in Flüssigkeiten wie Wasser sich bei geringem Abstand aneinander ausrichten, bei größerem Abstand jedoch nicht mehr. Daher werden die antiferromagnetischen Systeme ohne langreichweitige Ordnung auch „Spinflüssigkeiten“ genannt.

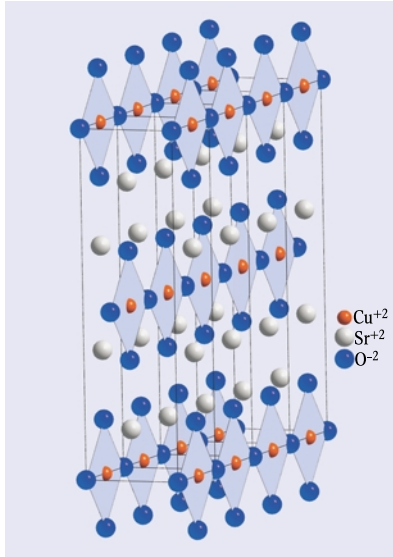


Abb. 2: Struktur von Sr_2CuO_5 . Auf jedem Cu-Platz (rot) sitzt ein Spin $S = 1/2$. Die stärkste Wechselwirkung ist die zwischen benachbarten Spins. Dabei werden Ladungsträger virtuell über ein p -Orbital des zwischen zwei Cu-Plätzen liegenden, zu beiden Plaketten gehörenden Sauerstoff-Ions ausgetauscht. Dadurch entstehen entlang der CuO_3 -Ketten eindimensionale Spinketten.

Prominente Beispiele für Spinflüssigkeiten, also Spinsysteme mit nur wenigen Nachbarn, sind Ketten und Leitern. Aber wie werden solche Spinsysteme experimentell realisiert? Die magnetische Wechselwirkung beruht darauf, dass die spintragenden Elektronen (virtuell) von einem Ion zum Nachbarion hüpfen können, und ist damit durch den Überlapp der Valenzorbitale bestimmt. Die Orbitale können eine ausgeprägte Winkelabhängigkeit haben – man denke z. B. an p -Orbitale. Dies hat eine starke Richtungsabhängigkeit der Wechselwirkung zur Folge. Falls die Wechselwirkung in eine Kristallrichtung wesentlich stärker ist als in die

dazu senkrechten Richtungen, entstehen selbst in einem dreidimensionalen Kristall parallel laufende eindimensionale Spinketten (siehe Abb. 2).

Die Anregungen

Wichtig für die Physik eines Systems ist nicht allein der angenommene Zustand sondern auch seine elementaren Anregungen. Ein gut bekanntes Beispiel hierfür ist ein Kristall. Sein Zustand ist durch die regelmäßige Anordnung seiner Atome beschrieben. Seine physikalischen Eigenschaften werden aber wesentlich durch die Schwingungen (Wellen) festgelegt, die der Kristall ausführen kann. Diese Wellen transportieren z. B. den Schall und tragen zur spezifischen Wärme bei. Da sie quantisiert sind, können sie selbst als Teilchen – die Phononen – betrachtet werden. So ist es auch in magnetischen Systemen. Die Elementaranregungen klassischer Magnete, die Spinwellen, sind wellenartige Abweichungen der Spins von ihrer jeweiligen Ausrichtung im geordneten Zustand. Quantenmechanisch beschreibt man sie als delokalisierte Spinflips, so genannte Magnonen. Dabei wird die Projektion eines einzelnen Spins relativ zu seiner Ausrichtung im Grundzustand um den Mindestwert 1 (also \hbar) geändert; es handelt sich daher um eine Anregung mit ganzzahligem Spin. Im Fall $S = 1/2$ entspricht dies einem Umklappen von $+1/2$ nach $-1/2$.

Das neuartige Verhalten von Spinflüssigkeiten wird durch deren interessante und ungewöhnliche Elementaranregungen geprägt, die *keine* Spinwellen sind. Anders als in klassischen Systemen ist die Wechselwirkung der Anregungen in Spinflüssigkeiten sehr wichtig. Sie bewirken das Auftreten gebundener Zustände, die man als neue, zusammengesetzte Anregungen betrachten kann. Einem sehr allgemeinen Prinzip in der Physik folgend können die zusammengesetzten Anregungen auf Energieskalen, die kleiner als ihre Bindungsenergie sind, ihrerseits als elementar angesehen werden. So entsteht eine neue hierarchische Ebene der Beschreibung. Das wollen wir uns exemplarisch genauer anschauen.

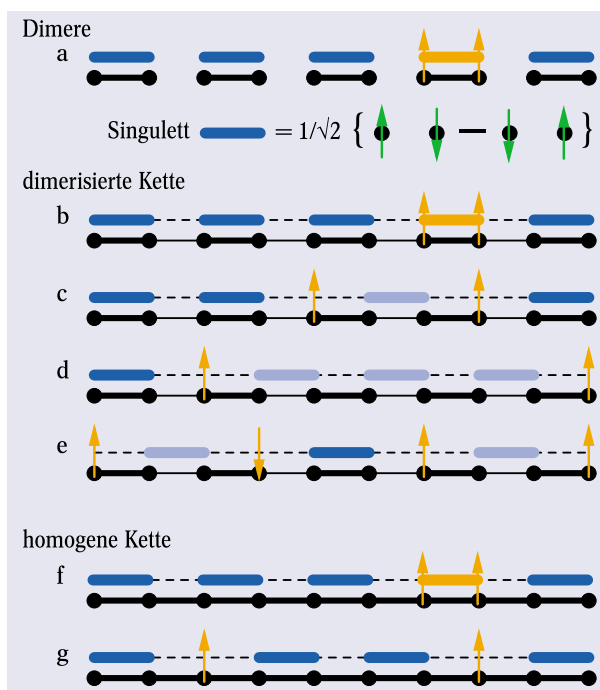


Abb. 3:

Kopplungen (schwarz; Strichdicke entspricht Kopplungsstärke) und Zustände (farbig) verschiedener Spinketten.

► **Dimere:** Spinkette in Dimere aus je zwei Spins zerschnitten. Grundzustand eines Dimers ist das Singulett (blaue Balken) mit antiparalleler Korrelation der Spins, so dass der Gesamtspin verschwindet ($S_{\text{ges}} = 0$). Es ist keine Spinrichtung ausgezeichnet. In (a) ist ein Dimer im angeregten Zustand, dem Triplett mit paralleler Spinkorrelation und $S_{\text{ges}} = 1$ (orange).

► **Dimerisierte Kette:** (b) lokale Anregung eines Triplets; (c) bei endlichem Abstand der Spins, die das Triplett bilden (auch: Spinonen), liegen Singulets (hellblau) zwischen ihnen, die energetisch ungünstiger bei den schwachen Kopplungen platziert sind; (d) ein größerer Abstand erfordert mehr Energie: *confinement*; (e) ab einem gewissen Abstand ist es energetisch günstiger, zwei neue Spinonen zu erzeugen (Gesamtspin 1 bleibt erhalten).

► **Homogene Kette:** (f) lokale Anregung eines Triplets; (g) das Auseinanderlaufen der Spinonen kostet keine Energie, da es keine bevorzugte Platzierung der Singulets gibt: kein *confinement*, die Spinonen sind (asymptotisch) frei.

Die Grundbausteine: Dimere

Schrittweise nähern wir uns dem Paradebeispiel für Spinflüssigkeiten: der eindimensionalen Spinkette [4]. Zunächst zerschneiden wir die Kette in Stücke mit jeweils nur zwei Spins. Ein Dimer aus zwei Spins stellt die einfachste Situation einer antiferromagnetischen Spinkopplung (mit Kopplungskonstante $J > 0$) dar. Der eindeutige Grundzustand eines Dimers ist ein so genanntes Singulett (blaue Balken in Abb. 3), in dem die Spins antiparallel korreliert sind. Der Gesamtspin des Singulettts ist null, somit ist auch keine Richtung ausgezeichnet. Im dreifach entarteten angeregten Zustand, einem so genannten Tripletts bei der Energie $\Delta = J$, stehen die Spins parallel³⁾ (Abb. 3a) und weisen somit den Gesamtspin 1 auf. Bei dieser Anregung wird also wie bei einer klassischen Spinwelle der Gesamtspin um 1 geändert. In einem Streuexperiment, das für $S = 1$ Anregungen empfindlich ist (z. B. inelastische Neutronenstreuung), würde man die in Abb. 4b gezeigte idealisierte Zählrate $S(\omega)$ messen, die ein erstes Beispiel für eine Spektraldichte ist. Spektraldichten enthalten Informationen über die Anregungen des Systems und über die Art, wie experimentell angeregt wird. Da es nur eine Anregungsenergie $\hbar\omega = \Delta$ gibt, ergibt sich bei dieser ein δ -Peak. Die Dispersion $E(k)$ eines Systems ist die Abhängigkeit der Anregungsenergie E vom Impuls $\hbar k$ bzw. vom Wellenvektor k . Für die voneinander isolierten Dimere der zerschnittenen Kette zeigt die Dispersion auf Grund der vollkommen lokalen Natur der Anregungen keine Abhängigkeit von k (Abb. 4a).

Die dimerisierte Kette

Vom Dimer als einfachstem Baustein wollen wir nun zu ausgedehnten gekoppelten Systemen übergehen. Dazu schalten wir eine Wechselwirkung zwischen den Dimeren an und erhalten so eine dimerisierte Kette mit alternierenden starken und schwachen Kopplungen (Abb. 3). Vereinfacht kann man den Grundzustand weiterhin durch Singulettts auf den Dimeren beschreiben. Wird in einem lokalen Anregungsprozess ein Tripletts erzeugt (Abb. 3b), so unterscheidet sich das Verhalten in zwei Aspekten von dem isolierter Dimere. Zum einen kann sich das Tripletts als Ganzes auf Grund der schwachen Interdimer-Kopplungen von Dimer zu Dimer bewegen, was zu einer Abhängigkeit der Energie vom Impuls $\hbar k$ führt (orange Linie in Abb. 4c). Zum anderen können sich die beiden Spins, die das Tripletts bilden, auch einzeln bewegen und sich somit voneinander entfernen (Abb. 3c und d). Da nun die beiden *Spins, die das Tripletts bilden*, als eigenständige Anregungen aufgefasst werden, werden sie neu benannt und *Spinonen* getauft. Damit ist anschaulich in Abb. 3 ein einzelner Spin zwischen Singulettts gemeint. Ein Spinon hat also einen halbzahligen Spin $S = 1/2$ und unterscheidet sich damit grundlegend von den bisher diskutierten Anregungen mit ganzzahligem Spin, d. h. sowohl von Tripletts als auch von klassischen Spinwellen. Die fundamentale Bedeutung der Spinonen wird im Folgenden deutlich werden.⁴⁾

Beim Auseinanderziehen der beiden Spinonen entstehen dazwischen Singulettts (hellblau), die aus *schwach* gekoppelten Spins gebildet werden (Abb. 3c und d). Energetisch ist das relativ zur Belegung „Singulett auf *starker* Kopplung“ des Grundzustands ungünstig. Die Energie wächst mit der Anzahl dieser ungünstigen Singulettts und damit mit dem Abstand d zwischen den Spinonen an. Es gibt also ein Potential

$V(d)$ zwischen den Spinonen, das für unendlich ansteigendes d über alle Grenzen anwächst. Offenbar vermittelt dieses Potential eine anziehende Wechselwirkung, die die beiden Spinonen aneinander bindet. Man spricht von „*confinement*“. Dieses *confinement* führt dazu, dass für jeden Gesamtimpuls ein scharf definierter Bindungszustand vorliegt, nämlich gerade das elementare Tripletts, das sich von Dimer zu Dimer bewegen kann. Es äußert sich im dynamischen Strukturfaktor als beliebig scharfer Peak (Abb. 4d) und erklärt, warum man tatsächlich die Dispersion eines elementaren Tripletts in Abb. 4c einzeichnen kann.

Was passiert aber bei dem Versuch, die beiden Spinonen des elementaren Tripletts voneinander zu trennen? Hier hilft uns eine Analogie aus der Hochenergiephysik [5], in deren Kontext das *confinement* vielen

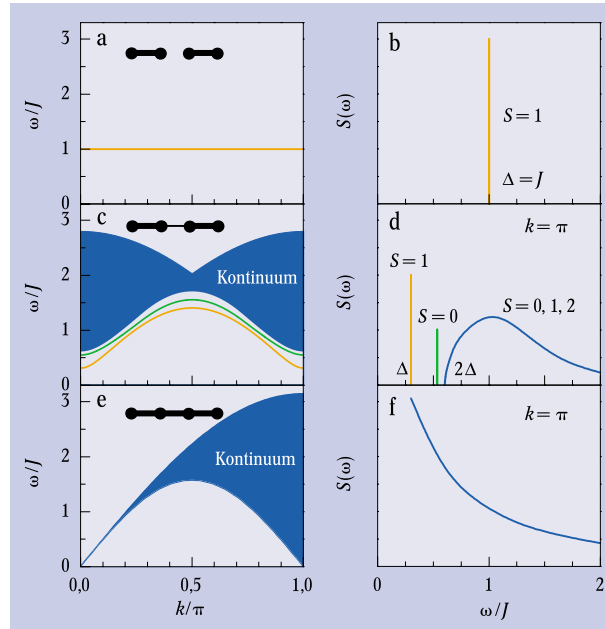


Abb. 4: Schematische Dispersionen (linke Spalte) und idealisierte Zählraten (Spektraldichten, rechte Spalte). **► Isolierte Dimere (a,b).** **► Dimerisierte Kette: (c) Dispersion des elementaren Tripletts (orange) und des gebundenen Singulett-Zustands (grün), Impulsabhängigkeit des Kontinuums (blau); (d) Zählrate beim Impuls $\hbar k = \hbar\pi$.** **► Homogene Kette: (e) Impulsabhängigkeit des Kontinuums (blau); (f) Zählrate beim Impuls $\hbar k = \hbar\pi$.**

Lesern wahrscheinlich zum ersten Mal begegnet ist. Das Spinon mit halbzahligem Spin entspricht dort dem Quark mit drittelzahliger Ladung. Auch Quarks kommen bei großen Abständen nicht frei vor, da sie durch *confinement* immer in Bindungszuständen – den so genannten Hadronen – gehalten werden. Unter den Hadronen sind die Baryonen gebundene Zustände aus drei Quarks, während die Mesonen als Quark-Antiquark-Bindungszustände beschrieben werden. Unsere Analogie funktioniert am besten mit den Mesonen. Sie entsprechen den elementaren Tripletts, die wir gerade als gebundene Zustände zweier Spinonen verstanden haben. Tatsächlich können wir auch von Spinon und Antispinon sprechen, wenn wir die Kettenplätze durchnummerieren und vereinbaren, dass Spinonen auf den geraden Plätzen vorkommen und Antispinonen auf den ungeraden.

Versucht man nun Quark und Antiquark in einem Streuexperiment auseinander zu reißen, so entstehen neue Hadronen. Anschaulich gesprochen ist es ab einem gewissen Abstand energetisch günstiger, ein neues Quarkpaar zu erzeugen, als die Abstände noch weiter anwachsen zu lassen. Genau das passiert in der dimerisierten Spinkette auch (siehe Abb. 3e). Versucht man, Spinon und Antispinon voneinander zu trennen, so entsteht ein neues Tripletts. Die minimale Energie zur Erzeugung eines Tripletts bezeichnet man als Energielücke Δ . Bei Energien oberhalb von 2Δ kann ein

3) Das stimmt für alle drei Tripletts-Zustände $T_1 = |\uparrow\uparrow\rangle$, $T_0 = (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$ und $T_{-1} = |\downarrow\downarrow\rangle$, auch wenn die Notation in der S_z -Basis für T_0 etwas anderes suggeriert.

4) Im Vergleich zu unserem anschaulichen Spinon hat ein echtes Spinon allerdings eine kompliziertere Struktur, da es seine Singulettumgebung polarisiert und verändert – es weist noch eine Polarisationswolke auf.

5) Bei kleinen Abständen gibt es noch Wechselwirkungen über die Polarisationswolken. Die asymptotische Freiheit der Spinonen betrifft große Abstände und kleine Energien im Unterschied zur asymptotischen Freiheit der Quarks in der QCD.

zweites Triplett auftauchen. Das erklärt das Kontinuum von Streuzuständen, wie es in Abb. 4d exemplarisch für den Gesamtimpuls $\hbar k = \hbar \pi / a$ gezeigt ist (im Folgenden setzen wir den Abstand zweier benachbarter Spins $a = 1$). Das Kontinuum entsteht dadurch, dass bei zwei ungebundenen Teilchen, hier die beiden Triplets, der Gesamtimpuls nicht ausreicht, den Gesamtzustand eindeutig festzulegen. Der Gesamtzustand hängt noch vom Relativimpuls ab. Seine Energie kann in gewissen Grenzen (den Bandunter- und -oberkanten) ein Kontinuum von Werten annehmen. Zum Beispiel kann die Energie bei Gesamtimpuls $\hbar k_1 + \hbar k_2 = 0$ zwischen $2\Delta = E(k_1 = \pi) + E(k_2 = -\pi)$ und $E(k_1 = \pi/2) + E(k_2 = -\pi/2)$ variieren. Spielt man alle möglichen Kombinationen durch, ergibt sich das in Abb. 4c schematisch gezeigte Kontinuum von Anregungsenergien.

Die homogene Kette und freie Spinonen

Es ist eine besonders schöne Eigenschaft der niedrigdimensionalen antiferromagnetischen Spinsysteme, dass sich das *confinement* durch den Übergang zur homogenen Kette abschalten lässt. In einer homogenen Kette, in der die Kopplungen auf jedem Platz nach links und nach rechts identisch sind, gibt es keine bevorzugte Verteilung der Singulets mehr. Mithin sind die Spinonen *nicht* mehr durch ein über alle Grenzen anwachsendes Potential aneinander gebunden. Diese Situation ist in Abb. 3g dargestellt. Man sagt, dass die Spinonen asymptotisch frei sind, da sie sich beliebig weit voneinander entfernen können und bei großen Abständen nicht mehr miteinander wechselwirken.⁵⁾ Sie stellen in der homogenen Kette die elementaren Anregungen dar. In den Spektraldichten gibt es ohne Bindung bzw. gebundene Zustände keine Peaks mehr (Abb. 4f), sie sind vom Zwei-Spinon-Kontinuum bestimmt. Dessen Impulsabhängigkeit ist in Abb. 4e gezeigt. Man sagt, dass das Triplett vollständig in Spinon und Antispinon zerfallen ist. Im Unterschied zu den nicht frei beobachtbaren Quarks können die Spinonen in gewissen Systemen also frei auftreten.

Infokasten „Experimenteller Nachweis“

Der experimentelle Nachweis der gebundenen Zustände zweier Triplets ist aus mehreren Gründen schwierig. Zum Ersten sind Bindungsphänomene typischerweise in niedrigen Dimensionen am ausgeprägtesten. Zwar gibt es viele stark anisotrope Substanzen, die sich bei höheren Energien wie eindimensionale Systeme verhalten, d. h. bei denen die Kopplung entlang einer (Ketten-) Richtung um ein Vielfaches größer ist als senkrecht dazu. Allgemein tritt jedoch bei niedrigen Energien, bei denen die Energieskala vergleichbar wird zur Kopplung senkrecht zur Kette, die höhere Dimensionalität wieder in den Vordergrund. Das jedoch schwächt gerade die Bindungseffekte. Zum Zweiten braucht man experimentell eine genügend hohe Auflösung in der Energie, um einen gebundenen Zustand deutlich getrennt vom Kontinuum zu sehen, aus dem er durch anziehende Wechselwirkung entstanden ist. Zum Dritten muss die Methode im relevanten Energie- und Impulsbereich sensitiv sein.

Üblicherweise werden magnetische

Anregungen mittels inelastischer Streuung von Neutronen oder von Licht (Raman-Streuung) untersucht. Zustände mit $S = 1$ werden bei beliebigem Impuls mittels Neutronen nachgewiesen. Zustände mit $S = 0$ lassen sich bei verschwindendem Impuls mittels Raman-Streuung mit sehr guter Auflösung bestimmen. Seit einiger Zeit wird intensiv daran gearbeitet, durch die Verwendung von hochenergetischer Synchrotronstrahlung in der Raman-Streuung auch $S = 0$ -Anregungen bei beliebigem Impuls zu beobachten.

Einen komplementären Zugang bietet die Infrarot-Spektroskopie. Sie erlaubt in den hier diskutierten Systemen, magnetische Anregungen mit $S = 0$ bei simultaner Anregung einer Gitterschwingung (Phonon) zu beobachten [13]. Da die Gitterschwingung Impuls aufnimmt, wird die Untersuchung magnetischer spektraler Dichten mit endlichem Impuls auch für $S = 0$ möglich, woraus wichtige Informationen über die Natur der elementaren Anregungen und deren Wechselwirkungen gewonnen werden können.

Hierarchische Wechselwirkungen oder Bindung zwischen gebundenen Zuständen

Was sind nun die elementaren Anregungen der dimerisierten Kette, die Spinonen oder die Triplets? Wie im Falle von Quarks und Nukleonen hängt die Antwort vom Standpunkt, nämlich von der betrachteten Energieskala, ab. Die energetisch niedrigste Anregung ist das Triplett (s. Abb. 4c), das somit als elementar angesehen werden kann. Das Kontinuum besteht in diesem Bild aus Streuzuständen von zwei Triplets. Andererseits kann man das Triplett als gebundenes Spinon-Antispinon-Paar auffassen. Somit lässt sich die gesamte Physik auch in einem Spinon-Bild beschreiben. Der Begriff „elementar“ ist also nicht eindeutig. Die Wahl des Bildes richtet sich danach, welches die einfachere Beschreibung des jeweiligen Phänomens ermöglicht. Bei niedrigen Energien ist die Beschreibung durch Triplets einfacher, während die Physik bei hohen Energien einfacher durch Spinonen zu beschreiben ist.

Die Spinonen bilden eine Ebene einer Teilchenhierarchie, und die Triplets die durch Bindung darauf aufbauende nächste Ebene. Die verbleibende Wechselwirkung zwischen den Triplets führt zum Auftreten eines weiteren gebundenen Zustands auf einer dritten Ebene der Hierarchie. Beim Verstehen dieses Bindungsphänomens soll uns wieder die Analogie zur Hochenergiephysik helfen. Wir wissen, dass die stabilsten gebundenen Zustände von (drei) Quarks Protonen und Neutronen sind. Die starke Kraft zwischen den Quarks ist durch die Ausbildung des gebundenen Zustands „Proton“ bzw. „Neutron“ abgesättigt – allerdings nicht vollständig. Es bleibt eine gewisse Wechselwirkung, die Kernkraft, die ihrerseits auf einer höheren hierarchischen Stufe eine Wechselwirkung zwischen den Nukleonen begründet. Diese Wechselwirkung kann dabei durchaus genügend groß sein, um wiederum zu gebundenen Zuständen zu führen. So entstehen aus Protonen und Neutronen Atomkerne. Im Falle von ${}^4\text{He}$ beträgt die Summe der Ruhemassen der Bestandteile $3,76 \text{ GeV}/c^2$, die Ruhemasse von ${}^4\text{He}$ jedoch nur $3,73 \text{ GeV}/c^2$, woraus sich eine Bindungsenergie von ca. $0,03 \text{ GeV}$ ergibt. Auf Energieskalen kleiner als diese Bindungsenergie kann das ${}^4\text{He}$ -Atom als elementar angesehen werden.

Ähnlich verhält es sich mit den Spinonen, die sich in der dimerisierten Kette zu elementaren Triplets paaren. Dabei verbleibt ebenfalls eine gewisse Wechselwirkung zwischen den Triplets, deren Größe davon abhängt, welchen Gesamtspin die beiden Triplets zusammen haben. Qualitativ ist es für ein antiferromagnetisches System gut einsichtig, dass eine stärkere Anziehung resultiert, wenn die beiden Triplets antiparallel ausgerichtet sind. Tatsächlich resultiert aus dieser Anziehung ein gebundener Singulett-Zustand, in dem zwei Triplets zum Gesamtspin $S = 0$ gekoppelt sind. Er ist in Abb. 4c und d grün eingezeichnet.

Das Phänomen, dass bei der Ausbildung von gebundenen Zuständen zwischen diesen eine gewisse Wechselwirkung verbleibt, die ihrerseits zu Bindungsphänomenen führt, ist in der Physik sehr weit verbreitet. Es findet auf allen Energieskalen statt und kennzeichnet allgemein den Übergang von einer hierarchischen Ebene der Beschreibung zur nächsthöheren Ebene, der Phänomene bei geringeren Energien zugeordnet sind. Genannt haben wir das Beispiel *Quarks* \rightarrow *Baryonen* \rightarrow *Atomkerne* bei sehr hohen Energien (MeV) und das Beispiel *Spinonen* \rightarrow *Triplets* \rightarrow *gebundene Singulett-*

Zustände bei niedrigen Energien (meV). Ein Beispiel aus der Halbleiterphysik sind Bi-Exzitonen, gebundene Zustände zweier Exzitonen, die ihrerseits ein gebundenes Teilchen-Loch-Paar darstellen. Typisch für die Kondensation von Materie ist das Beispiel der van-der-Waals-Bindung zwischen neutralen Molekülen. Hier kann man sogar vier Ebenen ausmachen: Erst binden sich Atomkerne und Elektronen mittels der Coulomb-Wechselwirkung zu neutralen Atomen, dann binden sich die Atome mittels kovalenter Bindungen zu Molekülen und diese Moleküle kondensieren zu festen oder flüssigen Stoffen, da sie sich mittels van-der-Waals-Wechselwirkung anziehen. Die van-der-Waals-Wechselwirkung ist ein Paradebeispiel für eine Wechselwirkung auf einer hierarchisch höheren Stufe, da sie sich aus der eigentlich abgesättigten Coulomb-Wechselwirkung (Neutralität der Moleküle) ergibt.

Wie sieht es mit experimentellen Nachweisen der dargelegten theoretischen Resultate aus, haben unsere Erwägungen praktische Relevanz? Die Antwort darauf ist positiv, allerdings ist der Nachweis nicht so einfach (siehe Infokasten „Experimenteller Nachweis“). Die in Abb. 3 gezeigte Situation einer dimerisierten Kette liegt bei Temperaturen unterhalb von 14 K im quasi-eindimensionalen Kupfergermanat CuGeO_3 vor.⁶⁾ Tatsächlich findet man mit inelastischer Neutronenstreuung Peaks und Kontinua, die von Anregungen mit $S = 1$ herrühren, wie sie in Abb. 4c und d orange bzw. blau gezeigt sind [6, 7]. Die Energielücke Δ bei $k = 0$ beträgt 2 meV. Uns interessiert hier aber speziell der gebundene (Singulett-) Zustand der dritten Hierarchie in *Spinonen* \rightarrow *Triplets* \rightarrow *gebundener Singulett-Zustand* (grün in Abb. 4c und d). Für solche $S = 0$ -Anregungen ist die inelastische Lichtstreuung eine ideale Nachweismethode. Damit sind Anregungen bei $k = 0$ beobachtbar. Tatsächlich wurde ein scharfer Peak bei 3,9 meV gefunden [8, 9] (Abb. 5). Allerdings ließ er sich bisher nicht vom darüber liegenden Kontinuum trennen, was aber auf Grund der sehr kleinen Bindungsenergie von $(2 \cdot 2 - 3,9) \text{ meV} = 0,1 \text{ meV}$ auch nicht verwunderlich ist.

Erster Schritt zu höheren Dimensionen: Spinleitern

In dreifacher Hinsicht sehr interessante Spinflüssigkeiten sind die in Abb. 6 gezeigten Spinleitern. Zum Ersten sind Spinleitern eine Zwischenstufe zwischen Ketten und Ebenen. Kopplung zweier Ketten ergibt eine Leiter, Kopplung unendlich vieler Ketten ergibt eine Ebene. Die Ketten sind wegen der besonderen elementaren Anregungen, der Spinonen, interessant. Die Ebenen interessieren uns, da sie bei Dotierung die Hochtemperatur-Supraleiter bilden. Zum Zweiten kann man an Spinleitern den Übergang von schwach gekoppelten Ketten ($J_{\perp} \ll J_{\parallel}$, Abb. 6b) zu schwach gekoppelten Dimeren studieren, da sich eine Leiter auch durch Kopplung von Dimeren als Sprossen beschreiben lässt ($J_{\perp} \gg J_{\parallel}$, Abb. 6a). Für schwach gekoppelte Ketten sind die Spinonen mit halbzahligen Spin die naheliegenden elementaren Anregungen; für schwach gekop-

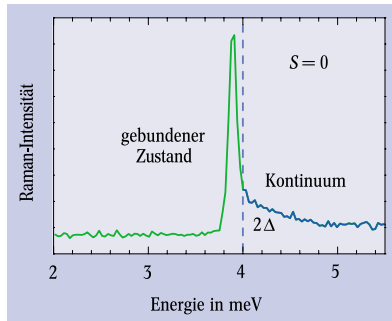


Abb. 5: Experimentelle Signatur des gebundenen Singulett-Zustands in der Spektraldichte der inelastischen Lichtstreuung an der dimerisierten Kette Kupfergermanat CuGeO_3 bei 2,2 K (nach Ref. [9]). Die inelastische Lichtstreuung misst die $S = 0$ -Anregungen bei $\hbar k = 0$ (s. Abb. 4). Eine Trennung vom bei 2Δ beginnenden Kontinuum ist nicht sichtbar.

pelte Dimere hingegen sind es die Triplets mit ganzzahligem Spin, sodass der interessante *Crossover* vom einen in den anderen Grenzfall gut studiert werden kann. Zum Dritten wurde in dotierten Spinleitern Supraleitung vorhergesagt, wobei die Bindung der Cooper-Paare durch die magnetischen Korrelationen verursacht wird [10]. Beobachtet wurde Supraleitung im Spinleiter-System $\text{Sr}_{14-x}\text{Ca}_x\text{Cu}_{24}\text{O}_{41}$ für $x \geq 11,5$ bei einem angelegten Druck von ca. 3,5 GPa [11]. Damit schließt sich hier der Kreis zu unserer einleitenden Motivation, der Supraleitung in den Kupferoxid-Verbindungen. Anschaulich zu verstehen ist die attraktive Wechselwirkung und damit die Supraleitung⁷⁾ in einer dotierten Spinleiter für dominierende magnetische Kopplung auf den Sprossen ($J_{\perp} \gg J_{\parallel}$). Im Grundzustand des undotierten Systems liegt auf jeder Sprosse ein Singulett vor. Dotieren wir das System mit einem Ladungsträger in Form eines Loches, so findet man neben dem Loch einen ungepaarten Spin. Es wurde also ein Singulett aufgebrochen. Dotieren wir ein zweites Loch, so kann entweder ein zweites Singulett aufgebrochen werden oder beide Löcher werden auf dem selben Dimer platziert. Letzteres ist vom Standpunkt des Magnetismus aus gesehen energetisch günstiger. Netto wird eine anziehende Wechselwirkung erwartet, wenn dieser magnetische Energiegewinn größer ist als die Coulomb-Abstoßung und der Verlust an kinetischer Energie. Ob die Supraleitung in $\text{Sr}_{14-x}\text{Ca}_x\text{Cu}_{24}\text{O}_{41}$ tatsächlich auf dem hier skizzierten Mechanismus beruht, ist allerdings noch nicht geklärt.

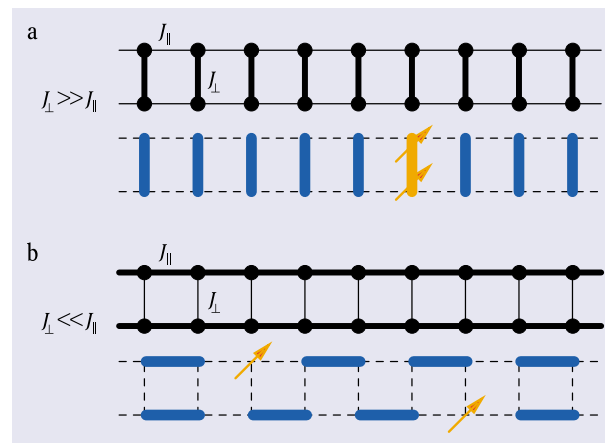


Abb. 6: Spinleiter (Kopplungen schwarz, Zustände farbig)
 ► a) Limes starker Sprossenkopplung: Für die schwach gekoppelten Dimere sind Triplets die naheliegenden elementaren Anregungen.
 ► b) Limes starker Holmkopplung: Für die schwach gekoppelten Ketten sind Spinonen die naheliegenden elementaren Anregungen.

Kommen wir zu den magnetischen Anregungen zurück. Für eine Leiter mit $J_{\parallel} = J_{\perp}$ sind in Abb. 7 die Dispersion des elementaren Triplets und die daraus resultierenden Bandkanten des Zwei-Teilchen-Kontinuums dargestellt. Ebenfalls gezeigt sind die Energien der gebundenen Zustände zweier Triplets mit Gesamtspin 0 und 1. Wie schon in der dimerisierten Kette ist die Bindung für $S = 0$ stärker. Im Fall der Spinleiter ist die anziehende Wechselwirkung allerdings nur bei höheren Impulsen stark genug, um gebundene Zustände zu erzeugen [12]. Daher ist hier die Beobachtung mit der auf $k = 0$ beschränkten inelastischen Lichtstreuung (Raman-Streuung) nicht möglich. Ein experimen-

6) Oberhalb von 14 K wird CuGeO_3 durch eine homogene Kette beschrieben; der Übergang ist ein sog. Spin-Peierls-Übergang.

7) Streng genommen wird eine einzelne Leiter nicht supraleitend. Liegt jedoch eine anziehende Wechselwirkung vor, so kann im Kristall durch schwache Kopplungen zwischen den Leitern Supraleitung auftreten.

teller Nachweis des in Abb. 7 gezeigten gebundenen Zustands mit $S=0$ gelang erst kürzlich mittels Infrarot-Absorption an den Spinleitern⁸⁾ von $(\text{La,Ca})_{14}\text{Cu}_{24}\text{O}_{41}$ (Abb. 8). Hier lassen sich durch gleichzeitige Erzeugung einer Gitterschwingung magnetische Anregungen bei Impulsen $\hbar k \neq 0$ erreichen (siehe Infokasten). Im Experiment sieht man eine gewichtete Überlagerung der Beiträge aller Impulse. Auf Grund der Dispersion

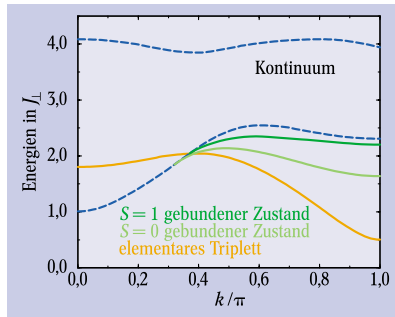


Abb. 7: Berechnete Dispersion des elementaren Triplets (orange), der Bandunter- und -oberkante (blau gestrichelt) des 2-Triplett-Kontinuums sowie der gebundenen Zustände mit Gesamtspin $S=0$ (grün) und $S=1$ (dunkelgrün) in der Spinleiter mit $J_{\perp}=J_{\parallel}$ (nach [14]).

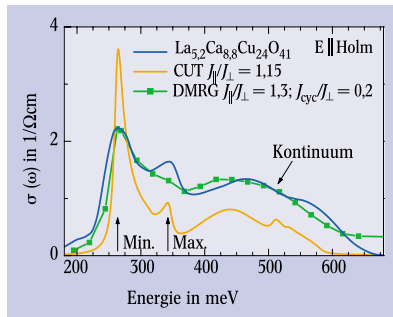


Abb. 8: Optische Leitfähigkeit in Spinleitern für Polarisation entlang der Holme. Vergleich Experiment (blau), analytische Theorie (CUT, orange) und Numerik (DMRG, grün). Min und Max bezeichnen die Peaks, die vom Minimum bzw. Maximum der Dispersion des gebundenen $S=0$ -Zustands stammen, vgl. Abb. 7. (nach [12,15]).

des gebundenen Singulett-Zustands zeigt die Überlagerung nicht einen scharfen Peak, sondern eine gewisse Verteilung. Man erkennt klar zwei breitere Peaks, die vom Minimum und vom Maximum der Dispersion des gebundenen Zustands herrühren. Das spektrale Gewicht bei höheren Energien stammt vom Kontinuum. Der experimentelle Nachweis des gebundenen Zustands mit $S=1$ steht noch aus.

Ausblick

Im niedrigdimensionalen Quantenmagnetismus lassen sich letztlich dieselben Prinzipien untersuchen, die auch andere Bereiche der Physik prägen. In Quantenantiferromagneten werden aus einzelnen Spins oder Spinonen durch die magnetische Kopplung Triplets und aus Triplets mittels deren verbleibender Wechselwirkung höhere gebundene Zustände. Die quantitative Berechnung und experimentelle Bestimmung solcher Wechselwirkungen haben unser Verständnis des niedrigdimensionalen Magnetismus bedeutend erhöht.

Wie in vielen anderen Gebieten der Physik bestimmt die Energieskala der Beobachtung, welche Anregungen man als elementar ansieht. Ist diese Wahl einmal getroffen, so ermöglicht die systematische Bestimmung der Wechselwirkungen ein umfassendes Verständnis der betrachteten Systeme. Die Weiterentwicklung dieses Ansatzes wird den Weg zur quantitativen Beschreibung vieler durch starke Wechselwirkungen geprägter Systeme ebnen, die gegenwärtig hauptsächlich phänomenologisch verstanden werden. Dies ist von besonderer Wichtigkeit für das umfassende aktuelle Forschungsgebiet, das durch das Schlagwort „Starke Korrelationen“ bezeichnet wird. Dabei stellen die Beschreibung der Wechselwirkung von Spin- und Ladungsfreiheitsgraden und ihrer Bedeutung für die Cooper-Paar-Bindung in den Hochtemperatur-Supraleitern nach wie vor eines der zentralen Ziele der Festkörperphysik dar.

Dank

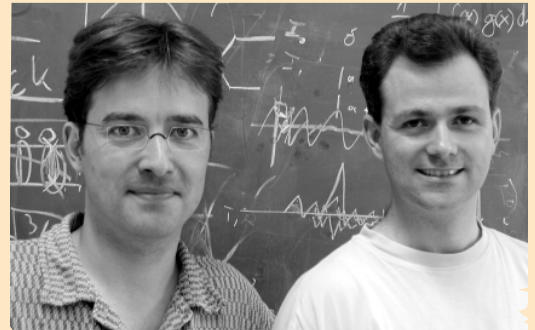
Wir danken G. Güntherodt, P. Lemmens und P. van Loosdrecht für die Bereitstellung der Raman-Daten. Die Arbeiten wurden von der DFG im Schwerpunkt 1073 und im Sonderforschungsbereich 608 unterstützt.

Literatur

- [1] H. Eschrig, J. Fink und L. Schultz, Phys. Journal, Januar 2002, S. 45.
- [2] P. Thalmeier, M. Jourdan und M. Huth, Phys. Journal, Juni 2002, S. 51.
- [3] A. Auerbach, Interacting Electrons and Quantum Magnetism, Springer-Verlag, New York (1994)
- [4] A.O. Gogolin, A.A. Nersisyan und A.M. Tsvelik, Bosonization and Strongly Correlated Systems, Cambridge University Press, Cambridge (1998)
- [5] R. B. Laughlin, <http://xxx.uni-augsburg.de/abs/cond-mat/9802180>.
- [6] M. Arai et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 3649 (1996)
- [7] M. Aïn et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 1560 (1997)
- [8] H. Kuroe et al., Phys. Rev. B **50**, 16468 (1994)
- [9] G. Els et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 5138 (1997); Europhys. Lett. **43**, 463 (1998)
- [10] E. Dagotto, Rep. Prog. Phys. **62**, 1525 (1999)
- [11] M. Uehara et al., J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 2764 (1996)
- [12] M. Windt et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 127002 (2001) und Zitate darin
- [13] J. Lorenzana und G.A. Sawatzky, Phys. Rev. Lett. **74**, 1867 (1995); Phys. Rev. B **52**, 9576 (1995)
- [14] C. Knetter, K. P. Schmidt, M. Grüninger und G. S. Uhrig, Phys. Rev. Lett. **87**, 167204 (2001)
- [15] T. S. Nunner et al., Phys. Rev. B **66**, 180404(R) (2002)

8) Das für uns wesentliche Element dieser Verbindung sind zweibeinige Cu_2O_3 -Leitern. Die Struktur zeigt darüber hinaus CuO_2 -Ketten, deren Gitterkonstante sich zu der der Leitern wie 7:10 verhält, was die komplexe Strukturformel erklärt.

Die Autoren



Götz S. Uhrig (rechts) studierte in Darmstadt, Paris und Heidelberg, promovierte 1994 an der RWTH Aachen, war Postdoc in Paris (1995/96) und habilitierte sich 1999 in Köln. Seit 1999 ist er Teilprojektleiter im Schwerpunkt 1073 und seit 2002 im SFB 608. Seine Forschungsaktivitäten konzentrieren sich auf die Dynamik stark korrelierter Spin- und Elektronensysteme, speziell auf kollektive Moden, Bindungs- und Resonanzphänomene, wie sie sich in Spektral- und Transporteigenschaften zeigen. Die Hobbys Skifahren, Wandern und Querflöte stünden privat an erster Stelle, wäre da nicht die Familie mit drei lebhaften Kindern. **Markus Grüninger** (links) studierte Physik in Karlsruhe und promovierte 1999 in Groningen. Seit 1999 arbeitet er als Postdoc am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln, wo er eine Arbeitsgruppe optische Spektroskopie aufgebaut hat. Seit 2002 ist er Teilprojektleiter im SFB 608. Sein Interesse gilt stark korrelierten Elektronensystemen und der Suche nach neuartigen Anregungen wie Josephson-Plasmonen, Spinonen, Holonen oder Orbitonen. Das Neue fasziniert ihn auch privat, sei es die Improvisation mit dem Saxophon in ungewöhnlichen Räumen oder die Entdeckung der Welt mit seinen Kindern.