

# Die atomistische Revolution

Oder: Wie Einstein die Brownsche Bewegung erfand

Jürgen Renn

Einsteins Arbeit zur Brownschen Bewegung bot den schlagenden Nachweis für die Realität der Atome und wurde außerdem zu einer der Grundfesten moderner statistischer Thermodynamik sowie allgemein der Physik stochastischer Prozesse.

Im Mai 1905 veröffentlichte Einstein, nur kurz nach seiner Arbeit zur Lichtquantenhypothese und seiner Dissertation, seine bedeutende Arbeit zur Brownschen Bewegung. Darin verglich er die zufällige Zitterbewegung von Teilchen, die in einer Flüssigkeit suspendiert sind, nicht mehr direkt mit der mechanischen Wärmebewegung der Atome, sondern betrachtete die Brownsche Bewegung vielmehr als einen Prozess, der nach eigenen statistischen Gesetzen verläuft. Einsteins Arbeit war ein grundlegender Beitrag zum modernen Atomismus, d. h. der Vorstellung, dass Materie aus kleinsten Einheiten zusammengesetzt ist. Im Gegensatz zu seinen Vorläufern, die in den naturphilosophischen Theorien des antiken Griechenland verwurzelt sind, nimmt der moderne Atomismus nicht mehr an, dass sich die Eigenschaften und das Verhalten dieser Einheiten einfach aus den bekannten physikalischen Gesetzen unserer makroskopischen Umwelt ableiten lassen oder dass sich Materie anhand ihrer atomistischen Bestandteile jemals erschöpfend beschreiben lassen könnte.

Einsteins Interpretation der Brownschen Bewegung erlangte bald eine deutliche experimentelle Bestätigung durch Jean Perrin und andere. Dieser Erfolg führte dazu, dass die Existenz der Atome endgültig akzeptiert wurde, und trug dazu bei, die immer noch recht zahlreichen Skeptiker zu überzeugen: Im 19. Jahrhundert wurde die Atomistik zwar in vielen Bereichen der Physik und Chemie als Arbeitshypothese eingesetzt, doch erst in Folge der eindrucksvollen Häufung von Nachweisen im frühen 20. Jahrhundert, zu welchen Einsteins Interpretation der Brownschen Bewegung einen Schlüsselbeitrag darstellte, wurden Atome als physikalische Realität akzeptiert.

Wenn man sich den Ursprüngen von Einsteins Arbeit zuwendet, steht man vor einem Rätsel. Im Titel seines Artikels erwähnt er die Brownsche Bewegung nicht. Er

5. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen;  
von A. Einstein.

In dieser Arbeit soll gezeigt werden, daß nach der molekularkinetischen Theorie der Wärme in Flüssigkeiten suspendierte Körper von mikroskopisch sichtbarer Größe infolge der Molekularbewegung der Wärme Bewegungen von solcher Größe ausführen müssen, daß diese Bewegungen leicht mit dem Mikroskop nachgewiesen werden können. Es ist möglich, daß die hier zu behandelnden Bewegungen mit der sogenannten „Brownschen Molekularbewegung“ identisch sind; die mir erreichbaren Angaben über letztere sind jedoch so ungenau, daß ich mir hierüber kein Urteil bilden konnte.

schrrieb ihn „ohne zu wissen, dass Beobachtungen zur Brownschen Bewegung bereits lange bekannt waren.“ ([1], S. 44) Einstein muss also die Brownsche Bewegung gewissermaßen „erfunden“ haben. Wie aber konnte Einstein die nicht-klassischen Eigenschaften eines Phänomens, zu dem ihm offensichtlich keine empirischen Daten vorlagen, allein aus theoretischen Überlegungen vorhersagen? Und warum fand man die Erklärung für die Brownsche Bewegung als Konsequenz der Atombewegung erst am Beginn des 20. Jahrhunderts, wo doch sowohl die atomistische Hypothese als auch das Phänomen schon damals lange bekannt waren?

Die erste systematische Untersuchung der unregelmäßigen Bewegungen mikroskopischer Teilchen in einer

Flüssigkeit geht auf den Botaniker Robert Brown zurück, der seine sorgfältigen Beobachtungen 1828 veröffentlichte [2]. Er untersuchte eine große Zahl verschiedener in Flüssigkeit schwebender Teilchen – von Pflanzenpollen bis zu Fragmenten einer Sphinx – und erforschte eine Vielzahl möglicher Ursachen – von Strömungen innerhalb der Flüssigkeit bis hin zur Entstehung kleiner Luftblasen. In dieser Weise gelang es Brown, viele potenzielle Erklärungen für die unregelmäßige Bewegung der Schwebeteilchen aus-

Die Einleitung von Einsteins Arbeit zur Brownschen Bewegung (CPAE 2, Doc. 16), belegt seine Unkenntnis der vielen Forschungsergebnisse zu diesem Phänomen. Die grafische Darstellung der Brownschen Bewegung eines Teilchens stammt aus [25], S. 108.

Prof. Dr. Jürgen Renn, Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte, Wilhelmstraße 44, 10117 Berlin

## KOMPAKT

- ▶ Einstein interpretierte die Brownsche Bewegung als sichtbaren Beweis für die Wärmebewegung der Moleküle, wie sie aus der kinetischen Wärmetheorie folgt.
- ▶ Er fasste die beobachtbare Zitterbewegung als „stochastischen“ Elementarprozess der Diffusion auf, welcher nur mit statistischen Methoden beschrieben werden kann.
- ▶ Einstein leitete eine direkte Beziehung zwischen Diffusionskoeffizienten und dem osmotischen Druck her, aus der sich auf die Größe der Atome schließen lässt.

zuschließen, insbesondere, dass sie ausschließlich eine Eigenschaft lebender Materie sei.

Nachfolgend erschien eine Reihe von Artikeln zum Einfluss spezifischer Umstände auf die Brownsche Bewegung, z. B. Temperatur der Flüssigkeit, Kapillarität, Konvektionsströme der Flüssigkeit oder die Rolle der Umgebung [3–6]. Das dabei zusammengetragene Wissen erwies sich als entscheidend, um die Brownsche Bewegung als einen Sonderfall jener Art von Bewegung zu identifizieren, die wir als Wärme bezeichnen, und schuf die Grundlage dafür, dass die Erklärungen von Einstein so schnell als Beweis für eine atomistische Beschaffenheit von Materie akzeptiert wurde.

Seit der Mitte des 19. Jahrhunderts betrachteten viele Forscher die kinetische Theorie der Wärme als mögliche Erklärung der Brownschen Bewegung ([6], § 3). Dies überrascht kaum, da die kinetische Theorie, wie sie von Clausius, Maxwell und Boltzmann entwickelt worden war, sich zunehmend als nützliches Werkzeug entpuppte, um thermische Phänomene auf mechanischer Basis zu erklären. Doch gab es eine Vielzahl von Faktoren, die bei der Brownschen Bewegung innerhalb dieses Bezugsrahmens in Betracht gezogen werden konnten, etwa Temperatur und Viskosität der Flüssigkeit, unterschiedliche Temperatur von Teilchen und Flüssigkeit sowie Teilchengröße und -geschwindigkeit. Darüber hinaus ließen sich auch Faktoren jenseits der Reichweite der kinetischen Theorie, z. B. elektrische Wechselwirkungen, noch nicht ausschließen.

Die marginale Rolle, welche die Brownsche Bewegung in der Physik des 19. Jahrhunderts spielte, hängt mit der Perspektive der kinetischen Theorie zusammen. Tatsächlich lag ihr Fokus mehr darauf, die Gesetze der phänomenologischen Thermodynamik zu rekonstruieren, als darauf, Abweichungen von diesen Gesetzen zu entdecken. Ein anderer Grund liegt in der immanenten Schwierigkeit, die kinetische Theorie auf die Brownsche Bewegung anzuwenden.

Seit 1870 verfolgten mehrere Wissenschaftler wie etwa Louis-Georges Gouy die Idee, die Brownsche Bewegung könne sich als Folge von Kollisionen der schwebenden Teilchen und der Flüssigkeitsmoleküle deuten lassen [4]. Gouy gelang es durch weitere Experimente, abweichende Erklärungen auszuschließen.

Während die qualitative Erklärung der Brownschen Bewegung mit Hilfe der kinetischen Theorie immer plausibler wurde, ergaben sich ernsthafte Probleme, sobald man quantitative Argumente heranzog. Ein solches führte Nägeli 1879 gegen die kinetische Erklärung der Brownschen Bewegung ins Feld [7]. Es basierte auf dem für die kinetische Theorie zentralen Gleichverteilungssatz, nach dem die Energie eines physikalischen Systems im thermischen Gleichgewicht gleichmäßig über dessen innere Freiheitsgrade verteilt ist, wobei der Energieanteil jedes einzelnen Freiheitsgrades proportional zur absoluten Temperatur ist. Man konnte daher die durchschnittliche Geschwindigkeit der Flüssigkeitsmoleküle berechnen und dann mittels der Gesetze des

elastischen Stoßes die Geschwindigkeit eines schwebenden Teilchens ermitteln. Daraus schloss Nägeli, die Geschwindigkeit eines solchen Teilchens müsse, da es relativ groß ist, verschwindend gering sein. Dieser innere Widerspruch einer Erklärung der Brownschen Bewegung als einer Bewegung sehr großer Moleküle im thermischen Gleichgewicht mit den kleineren Flüssigkeitsmolekülen wurde 1900 von Felix Exner bestätigt, der eigentlich ein Unterstützer der kinetischen Erklärung war [8]. Er führte umfangreiche Messungen durch und beobachtete, dass die Geschwindigkeit der Brownschen Bewegung bei größeren Partikeln sank und bei höherer Temperatur anstieg, im Einklang mit der kinetischen Theorie. Doch als er auf Basis seiner Messungen die kinetische Energie der Moleküle berechnete, erhielt er Werte, die drastisch geringer waren, als gemäß der kinetischen Theorie der Wärme zu erwarten war. Infolgedessen hatte sich die Brownsche Bewegung bis zur Jahrhundertwende zu einer echten Herausforderung an die klassische Physik entwickelt.



Der Botaniker Robert Brown (1773–1858), hier auf einem Gemälde von Henry Pickersgill, erforschte 1828 die zufällige Zitterbewegung von kleinen, in einer Flüssigkeit suspendierten Teilchen. (Quelle: National Library of Australia)

### Die Vorbereitung eines Durchbruchs

Einsteins Perspektive unterschied sich von der der Mehrheit seiner Zeitgenossen durch seine breite Orientierung weit über die engen Grenzen spezialisierter Teildisziplinen hinaus. Seit seiner Studentenzeit hatte er sich für den Atomismus als konzeptionelles Werkzeug zur Identifizierung verborgener Zusammenhänge zwischen physikalischen Phänomenen interessiert, welche sonst keine Beziehung zueinander zu haben schienen, wie etwa die spezifische Wärme von Festkörpern und deren optische Transparenz, oder die thermische und die elektrische Leitfähigkeit von Metallen. Die Suche nach einer Einheit der Physik wurde zum Markenzeichen Einstein'scher Forschung.

Doch der Atomismus wurde auch in der zeitgenössischen Forschung, wenn auch innerhalb einzelner Disziplinen, häufig genutzt, von Lorentz' Elektronentheorie über Boltzmanns kinetischer Gastheorie bis hin zur Chemie. Angesichts dieser Verbreitung atomistischer Ideen ist es erstaunlich, wie selten es Versuche gab, die verschiedenen Verwendungen des Begriffs miteinander in Beziehung zu setzen, um ein kohärentes Gesamtbild zu erhalten. Solche Bestrebungen überließ man im 19. Jahrhundert, der Ära der Spezialisierung, philosophisch interessierten Wissenschaftlern wie Ernst Mach und Henri Poincaré, deren Werke der junge Einstein begeistert verschlang. Er las zum Beispiel Poincarés *Science et hypothèse* [9], das die Arbeit Gouys zur Brownschen Bewegung kurz bespricht und Gouys Argument betont, die Brownsche Bewegung verletze das zweite Gesetz der Thermodynamik, also das Prinzip der Unumkehrbarkeit thermodynamischer Prozesse ([9], S. 209).

Einstein war sich des prekären Status solcher Konzepte wie Atome und Äther bewusst, die in zeitgenössischen wissenschaftlichen Argumentationen häufig unkritisch vorausgesetzt wurden, ohne ihre Bedeutung und ihr Verhältnis zu empirischen Belegen

genau zu untersuchen, welche nicht ausschließlich auf das spezifische Problem beschränkt waren, mit dem sich die jeweilige Untersuchung gerade befasste. Während Einsteins Studienjahren war die kinetische Theorie der Wärme Gegenstand heißer Debatten zwischen Ernst Mach, Wilhelm Ostwald, Georg Helm und Ludwig Boltzmann [10].<sup>1)</sup> Mach bestritt die Existenz von Entitäten, die nicht direkter Sinneswahrnehmung zugänglich sind, und war insbesondere bezüglich der Existenz von Atomen sehr skeptisch. Obwohl Einstein Boltzmann kritisierte, er vernachlässigte die Prüfung seiner Theorie anhand von Beobachtung,<sup>2)</sup> begrüßte er doch begeistert die atomistischen Prinzipien von dessen Theorie.<sup>3)</sup> Tatsächlich richtete sich Einsteins Interesse bald von den Details atomistischer Erklärungen auf die Suche nach Fakten, „welche soweit irgend möglich die Existenz von Atomen bestimmter endlicher Größe belegen können“, wie er sich später erinnert ([1], S. 45).

### Die Theorie der Lösungen

Einsteins Erfindung der Brownschen Bewegung war aber nicht nur durch seine Suche nach Belegen für die Atomhypothese vorbereitet, sondern auch durch die speziellen Fragestellungen, mit denen er sich in seinen vorherigen Forschungen befasste. Schon in seinen ersten beiden Artikeln (die er später als wertlose Anfängerarbeiten abtat<sup>4)</sup>) bekam er Gelegenheit, sich mit einigen der Ideen vertraut zu machen, welche in seiner Arbeit zur Brownschen Bewegung eine Rolle spielen sollten, insbesondere mit der Natur von Diffusionsprozessen und der Anwendung der Thermodynamik auf die Theorie der Lösungen. Die Theorie der Lösungen, wie sie von van't Hoff und später Nernst entwickelt worden war, lieferte in der Tat ein genaues Gegenstück zur kinetischen Theorie der Gase und bot damit ein wichtiges Forschungsfeld für jemanden, dem wie Einstein daran gelegen war, den Anwendungsbereich atomistischer Ideen zu erweitern [11, 12]. Die Theorie der Lösungen muss auch ein Kernpunkt der von Einstein eingereichten, jedoch offenbar wieder zurückgezogenen ersten Dissertation gewesen sein. Es war dann auch das zentrale Thema der Dissertation, mit der er 1905 schließlich die Doktorwürde erlangte.

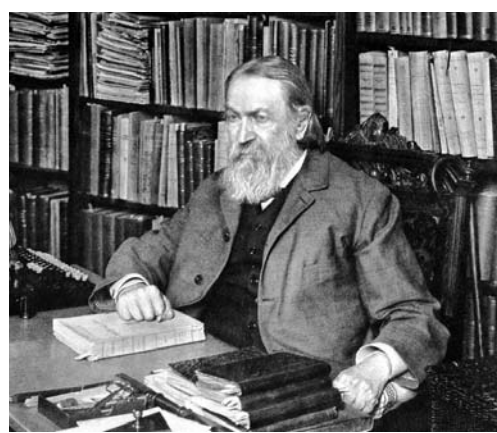
Einsteins Doktorarbeit entwickelt einen wichtigen Teil des Rahmens, welcher für seine Analyse der Brownschen Bewegung essenziell war, und war auch von einem ähnlichen Ziel motiviert, nämlich Beweise für die Existenz der Atome und Moleküle zu liefern und deren Größe zu bestimmen. Die Dissertation schlug eine neuartige Methode zur Messung von Atomgrößen vor, indem sie aufzeigte, wie man die Avogadro-Zahl bei der Betrachtung großer gelöster Zuckermoleküle ermitteln kann. Das Vorgehen bestand darin, zwei Gleichungen für zwei Unbekannte aufzustellen, mit deren Hilfe sich Avogadro-Zahl und die Größe der gelösten Moleküle berechnen lassen. Physikalisch ergab sich die eine Gleichung aus der durch die Beigabe der Zuckermoleküle bedingten Veränderung der Lösungsviskosität, während die andere eine Relation zwischen dem Diffusionskoeffizienten der Zuckermoleküle und der Viskosität der Lösung nutzte. Die erste Gleichung war aus ziemlich komplexen hydrodynamischen Berechnungen abgeleitet. Die andere Gleichung, welche Diffusion und Viskosität in Beziehung setzte, stellte sich auch für die Analyse der Brownschen Bewegung als entscheidend heraus, sodass eine genauere Betrachtung ihrer Herkunft durchaus nützlich ist: Ihre Ableitung basiert letztendlich auf der

Idee, eine Brücke zu schlagen zwischen einem Volumenphänomen, der Diffusion, und der Bewegung eines einzelnen Teilchens, das durch die sich als Reibungskraft auswirkende Viskosität der Umgebung beeinflusst wird. Wie gelang es Einstein, diese Brücke zu schlagen, und woher kam überhaupt die Idee dazu?

Diese Fragen führen zurück zu Einsteins ersten beiden Artikeln, die sich mit der Theorie der Lösungen befassen, und zu seinem Interesse an deren thermodynamischen Eigenschaften. In seinem zweiten Artikel, zu den Eigenschaften von Elektrolytlösungen, fragt er, ob es zulässig sei, die Gesetze der Thermodynamik und Begriffe wie osmotischer Druck auf solche Lösungen auch dann anzuwenden, wenn keine semipermeablen Membranen vorhanden sind, welche einem solchen Druck experimentelle Bedeutung verleihen würden.



Ludwig Boltzmann (1844–1906, li.) und Ernst Mach (1838–1916, re.) gehörten zu den wichtigsten Akteuren in der Debatte um die Existenz der Atome. Mach bestritt



die Existenz von Entitäten, die der Sinneswahrnehmung nicht direkt zugänglich sind, Boltzmann vertrat eine atomistische Position. (Quelle: Deutsches Museum).

Er ging diese Frage an, indem er behauptete, man könne solche Membranen durch konservative Kräfte ersetzen, welche auf die untersuchten Substanzen einwirken. In späteren Artikeln zur statistischen Physik verallgemeinerte Einstein die Idee derartiger Kräfte<sup>5)</sup>.

Bei der Herleitung der Beziehung zwischen Diffusion und Viskosität in seiner Arbeit von 1905 zur Brownschen Bewegung nutzte er genau solche Kräfte, welche nun die Rolle eines Bindegliedes zwischen der Bewegung einzelner Teilchen und dem Volumenprozess der Diffusion spielten. In diesem Artikel betrachtet Einstein Teilchen, die in einer Flüssigkeit schweben, und analysiert das dynamische Gleichgewicht dieser Teilchen unter der Annahme, dass die einzelnen Teilchen dem Einfluss einer Kraft unterworfen sind, die nur vom Ort abhängt. Diese Kraft ist somit ein Beispiel für die fiktiven konservativen Kräfte, welche Einstein bereits früher eingeführt hatte, um die nicht realisierbaren semipermeablen Membranen in thermodynamischen Überlegungen zu ersetzen. Es ist daher kaum überraschend, dass er als Folge seiner thermodynamischen Überlegungen zu dem Schluss kam, dass die ortsabhängige Kraft von einer anderen, aus dem osmotischen Druck resultierenden Kraft ausgeglichen wird.

Nun betrachtete Einstein das dynamische Gleichgewicht der Schwebeteilchen aus einer anderen Perspektive, nämlich als ein Gleichgewicht der Bewegung des einzelnen Teilchens unter dem Einfluss einer hypothetischen Kraft und eines Diffusionsprozesses. Um die Bewegung der Teilchen in der Flüssigkeit zu bestimmen, bezieht er sich auf Stokes' Gesetz zwischen

1) Zu Einsteins Lektüre von Mach, Ostwald und Boltzmann s. CPAE 1, Doc. 54, 75, 76, 92

2) Am 30. April 1901 schreibt Einstein an Mileva Maric: „Ich studiere gegenwärtig wieder Boltzmanns Gastheorie. Alles ist sehr schön, aber zu wenig Wert gelegt auf den Vergleich mit der Wirklichkeit.“ CPAE 1, Doc. 102, S. 294

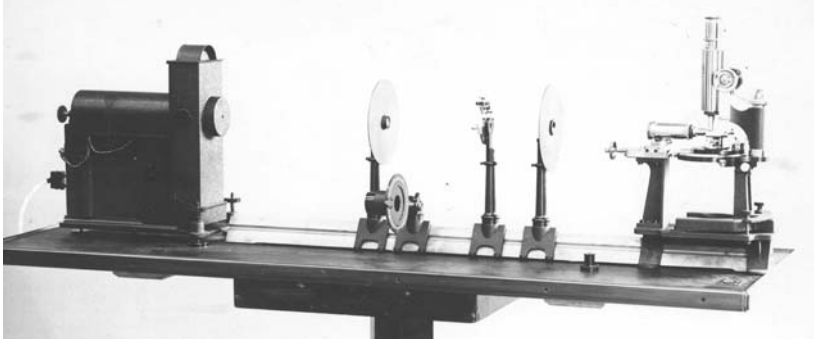
3) *Einstein an Mileva Maric*, 15. September 1900, CPAE 1, Doc. 75

4) CPAE 2, Doc. 1 und 2.; die Einschätzung dieser Arbeiten findet sich in: *Einstein an Johannes Stark*, 7. Dezember 1906, (CPAE 5, Doc. 66)

5) s. insbes. CPAE 2, Doc. 3, § 10

der ausgeübten Kraft, der Viskosität der Flüssigkeit und der von den Teilchen erreichten Geschwindigkeit. Um den Diffusionsprozess zu beschreiben, konnte Einstein einfach die Definition des Diffusionskoeffizienten als Beziehung zwischen Transport und Dichte der schwebenden Teilchen anwenden.

Auf Grundlage dieser Ergebnisse koppelte Einstein nun die beiden Gleichgewichtsbeziehungen, von denen die eine aus einer thermodynamischen Argumentation abgeleitet war, und die andere, indem die Diffusion mit der Bewegung des einzelnen Teilchens in Beziehung



Das Ultramikroskop (vgl. [13], Kap. 3), entwickelt von Henry Siedentopf und Richard A. Zsigmondy, basierte auf einer neuen Beleuchtungstechnik, die es ermöglichte, die Beugungsscheibchen von ansonsten unsichtbaren Objekten zu beobachten. Damit vergrößerte sich die Sichtbarkeitsgrenze auf  $5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ . (Quelle: Carl Zeiss Archiv).

gesetzt wurde. Dadurch gelang es ihm, die fiktive Kraft zu eliminieren und eine direkte Beziehung zwischen Diffusionskoeffizienten und osmotischem Druck herzustellen. Da letzterer, gemäß der kinetischen Wärmetheorie, die Avogadro-Zahl beinhaltet, gelangte Einstein schließlich zu einem Ausdruck für den Diffusionskoeffizienten  $D$ , der die Größe von Atomen einbezieht:

$$D = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{6\pi kP}, \quad (1)$$

wobei  $R$  die Gaskonstante,  $T$  die Temperatur,  $N$  die Avogadro-Zahl,  $k$  die Viskosität und  $P$  den Radius der gelösten Moleküle bzw. schwebenden Teilchen bezeichnet.

In seiner Dissertation verwendete er diese Gleichung zusammen mit der aus hydrodynamischen Überlegungen abgeleiteten Gleichung, welche Atomgrößen mit der Veränderung der Viskosität in Beziehung setzt, um Werte für Atomgrößen anhand von experimentellen Daten zu Diffusion und Viskosität abzuleiten. In seinem Artikel zur Brownschen Bewegung leitete er die Viskositäts-Diffusions-Gleichung erneut ab – wenn auch in etwas eleganterer Weise mit den Methoden der statistischen Mechanik, welche er in den vorausgehenden Jahren entwickelt hatte –, um die unregelmäßige Bewegung schwebender Teilchen zu beschreiben.

### Statistische Mechanik und Wärmestrahlung

Eine der Motivationen für Einstein, unabhängig von Willard Gibbs, in den Jahren 1902 bis 1904 die statistische Mechanik zu etablieren, war sein Bestreben, die Methoden der kinetischen Theorie auf Bereiche jenseits der Gase auszudehnen, sodass sie ein weites Spektrum physikalischer Systeme, wie zum Beispiel das Elektronengas in Metallen oder die Wärmestrahlung, mit einschließen; dies nicht zuletzt, um weitere Beweise für die Atomhypothese zu liefern. Die von ihm entwickelten Methoden stellten nur sehr allgemeine Anforderungen an die untersuchten Systeme, auch war es nicht zwingend erforderlich, die genauen Details der

Wechselwirkung zwischen den Bestandteilen des Systems zu kennen – anders als bei der kinetischen Theorie, bei der die Berücksichtigung der Stoßdynamik eine große Rolle spielt.

In einem Brief von 1904 schrieb Einstein an seinen Freund Marcel Grossmann, der sich zu dieser Zeit als Mathematikstudent mit nicht-euklidischer Geometrie befasste: „Es waltet eine merkwürdige Ähnlichkeit zwischen uns. ... Du behandelst die Geometrie ohne das Parallelenaxiom, ich die atomistische Wärmelehre ohne die kinetische Hypothese.“<sup>6)</sup> Einsteins generische Annäherung an die statistischen Eigenschaften physikalischer Systeme könnte daher als passender Ansatz für die Untersuchung der Eigenschaften eines Phänomens wie der Brownschen Bewegung erscheinen. Doch 1904 hatte er offenbar weder davon gehört, noch war er bereit, sie neu zu „erfinden“.

In seinem letzten Artikel zur statistischen Mechanik<sup>7)</sup> untersuchte er in der Tat Fluktuationsphänomene und entwickelte sogar eine Formel für die mittleren quadratischen Abweichungen von der mittleren Energie eines Systems, welche die Boltzmann-Konstante beinhaltet. Diese Formel interpretierte er als eine Bedingung für die Stabilität eines physikalischen Systems, wodurch er der Boltzmann-Konstanten eine neue Bedeutung gab.<sup>8)</sup> Doch als es dann um die Frage der Beobachtbarkeit solcher Schwankungen ging, behauptete Einstein, die Strahlung im thermischen Gleichgewicht sei das einzige System, für das die Erfahrung beobachtbare Schwankungen nahe lege. Sein Argument war, dass für Strahlung in einem Hohlraum, dessen lineare Ausdehnungen so gewählt sind, dass sie mit der Wellenlänge vergleichbar sind, bei der das Schwarzkörperspektrum das Maximum hat, die Schwankungen von der Größenordnung des Energiemittelwerts sein sollten.

Die zur Illustration dieser Behauptung vorgelegten numerischen Werte weisen darauf hin, dass Einstein Wiens Formel zur Beschreibung des Energiespektrums der Wärmestrahlung verwendet haben muss [14]. Gut möglich, dass er bereits 1904 über das nachdachte, was wir heute Photonengas nennen würden, ausgehend von der spekulativen Annahme, Wärmestrahlung könne sich als Ansammlung von Lichtquanten auffassen lassen, mit einer Energie, die sich aus der Frequenz gemäß  $E = h\nu$  ableitet. Doch brachte er seine Argumentation dann in eine Form, die sie von jeder spezifischen Interpretation der Wärmestrahlung unabhängig machte, und kam erst ein Jahr später auf die Lichtquanten-Hypothese zurück, diesmal als Mittel, um die Plancksche Strahlungsformel zu interpretieren, zumindest für den Bereich, in dem sich diese sinnvoll durch Wiens Formel annähern lässt.

### Zurück zu den Schwankungen

1905 verband Einstein schließlich die auf dem Weg zu seiner Dissertation (also bei der Analyse von Dissipations- und Diffusionsphänomenen) erlangten Ergebnisse mit jenen, welche er beim Studium der Schwankungsphänomene im Kontext der statistischen Mechanik und ihrer Anwendung auf Wärmestrahlung gesammelt hatte. Damit hatte er alle Zusammenhänge beisammen, um ein Modell der beobachtbaren Fluktuationsphänomene in einem materiellen System zu erstellen:

► Erstens ließen sich Schwankungen der Wärmestrahlung in direkte Beziehung zu einem materiellen Prozess setzen, wenn man einen Spiegel ihr aussetzt, welcher,

6) Einstein an Marcel Grossmann, 6. April 1904, CPAE 5, Doc. 17, S. 25

7) CPAE 2, Doc. 5, S. 106

8) Zu dieser Zeit betrachtete Einstein Schwarzkörper-Strahlung als das einzige physikalische System, für das die Erfahrung die Existenz einer beobachtbaren Energiefluktuation vorhersagt.

als Folge der aufprallenden Strahlung und der gleichzeitig wirkenden Reibungskräfte, ein Verhalten ähnlich dem der Brownschen Bewegung zeigen sollte. Dieses Gedanken-Experiment diskutierte Einstein ausführlich in späteren Publikationen, doch die Idee hatte er offensichtlich bereits 1905, wie spätere Erinnerungen zeigen. Es stellt quasi das fehlende Glied zwischen Einsteins Hauptanliegen dieser Zeit dar, zwischen Wärmestrahlung, statistischer Physik und der Elektrodynamik bewegter Körper.

► Zweitens, und dies ist vielleicht noch bedeutender für Einsteins Erfindung der Brownschen Bewegung, kann das Argument, mit dessen Hilfe er auf die Beobachtbarkeit von Fluktuationen geschlossen hatte, direkt auf das Modell großer Moleküle in Lösung, den Schwerpunkt seiner Dissertation, übertragen werden. Eine Vergrößerung der linearen Abmessungen solcher Teilchen entsprechend einer Berücksichtigung von Wellenlängen, deren Größe dem Hohlraum vergleichbar ist, würde die Grundeigenschaft der Partikel, Teil einer von der kinetische Wärmetheorie beherrschten Welt zu sein, nicht verändern, doch könnte sie womöglich deren ungeordneten Bewegungen sichtbar machen. Die entscheidende Funktion des Dissertationsmodells war es demnach, einen Rahmen zu liefern, innerhalb dessen eine solche Skalierung, wie sie zuerst für den Fall der Strahlung entwickelt worden war, auch für einen materiellen Vorgang physikalisch sinnvoll erscheint.

Es war einzig nötig, eine Lösung mit großen Molekülen als Suspension mit winzigen, aber beobachtbaren Teilchen anzusehen. Dies war besonders plausibel, da es sich 1902 herausstellte, dass es keinen grundsätzlichen Unterschied zwischen Lösungen und Suspensionen gab.<sup>9)</sup> Ermöglicht wurde das durch das neu erfundene Ultramikroskop, mit dem sich viele kolloidale Lösungen auf ihre Bestandteile hin untersuchen ließen [16].

Indem Einstein ein Modell für schwebende Teilchen, welche in einer Flüssigkeit der Diffusion ausgesetzt sind, mit seiner Suche nach beobachtbaren Fluktuationen in Verbindung brachte, wurde er ganz natürlich dazu geführt, die unregelmäßigen Bewegungen zu berücksichtigen, die solche Teilchen zeigen mussten. Die Formel, welche er zur Beschreibung des Diffusionskoeffizienten unter Berücksichtigung der Größe von Atomen und Teilchen entwickelt hatte, würde es nun ermöglichen, aus der unregelmäßigen Bewegung der schwebenden Teilchen Informationen über die atomare Größenskala abzuleiten, wenn diese Bewegung einzelner Teilchen mit der „Volumeneigenschaft“ der Diffusion in Beziehung gesetzt werden könnte. Um diese letzte Lücke zu schließen, bedurfte Einstein eines entscheidenden konzeptionellen Schritts in seiner Analyse der Brownschen Bewegung, die er als einen bisher in der klassischen Physik unbekanntem Prozess auffasste.



Der polnische Physiker Marian von Smoluchowski (1872–1917) veröffentlichte 1906 eine kinetische Theorie der Brownschen Bewegung, die zwar von Einstein angeregt war, zu deren Ergebnissen Smoluchowski jedoch unabhängig von Einstein gelangt war. (Quelle: T. Jaroszynska)

beiten Fouriers zur Wärmeleitung und Ohms zur elektrischen Leitfähigkeit folgt [17].

Statt anzunehmen, die Diffusionsgleichung beschreibe die allgemeine Verteilung einer gelösten Substanz, interpretierte Einstein sie nun als Wahrscheinlichkeitsverteilung der unregelmäßigen Verschiebungen der einzelnen Teilchen. Dabei konnte er auf seine früheren Erfahrungen zu Wahrscheinlichkeitsverteilungen bei seiner Arbeit zur statistischen Mechanik zurückgreifen.<sup>10)</sup>

In seinem Artikel schrieb er zu Gleichung (2): „Dies ist die bekannte Differenzialgleichung der Diffusion, und man erkennt, daß  $D$  der Diffusionskoeffizient ist. An diese Entwicklung läßt sich noch eine wichtige Überlegung anknüpfen. Wir haben angenommen, daß die einzelnen Teilchen alle auf dasselbe Koordinatensystem bezogen seien. Dies ist jedoch nicht nötig, da die Bewegungen der einzelnen Teilchen voneinander unabhängig sind. Wir wollen nun die Bewegung jedes Teilchens auf ein Koordinatensystem beziehen, dessen Ursprung mit der Lage des Schwerpunktes des betreffenden Teilchens zur Zeit  $t = 0$  zusammenfällt, mit dem Unterschiede, daß jetzt  $f(x,t) dx$  die Anzahl der Teilchen bedeutet, deren  $X$ -Koordinaten von der Zeit  $t=0$  bis zur Zeit  $t=t$  um eine Größe gewachsen ist, welche zwischen  $x$  und  $x + dx$  liegt. Auch in diesem Falle ändert sich also die Funktion  $f$  gemäß Gleichung (1).“<sup>11)</sup>

Auf diese Weise gelang es Einstein, die unregelmäßige Bewegung der schwebenden Teilchen – nun nicht mehr als Bewegung im üblichen Sinne entlang kontinuierlicher Bahnen beschrieben, sondern als durch die Funktion  $f(x,t)$  beschriebenen stochastischen Prozess

## Neuinterpretation der klassischen Physik

Einstein zog mittels der kinetischen Theorie die Schlussfolgerung, eine Suspension kleiner Teilchen müsse einen osmotischen Druck besitzen, genau wie dies bei Lösungen von Molekülen der Fall ist. Sollte dieser Druck räumlich ungleichmäßig verteilt sein, verursacht er einen ausgleichenden Diffusionsprozess, dessen Volumeneigenschaften mit Hilfe von Stokes' Gesetz berechnet werden können, mit dem sich die Beweglichkeit der Teilchen in einer viskosen Flüssigkeit bestimmen lässt. So gelangte Einstein zu einer Gleichung für den Diffusionskoeffizienten  $D$ . Dieser tritt nun in der partiellen Differentialgleichung auf, welche eine Beziehung zwischen räumlicher und zeitlicher Veränderung der Konzentration  $f(x,t)$  einer gelösten Substanz herstellt:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad (2)$$

Diese Gleichung hat erstmals Adolf Fick aufgestellt, der dabei den Ar-

9) Eine zeitgenössische Diskussion der Unterscheidung zwischen Lösung und Suspension findet sich in der Einleitung zu [15], die Kolloidchemie und ihr Bezug zur Brownschen Bewegung wird in [5], S. 98–102, behandelt.

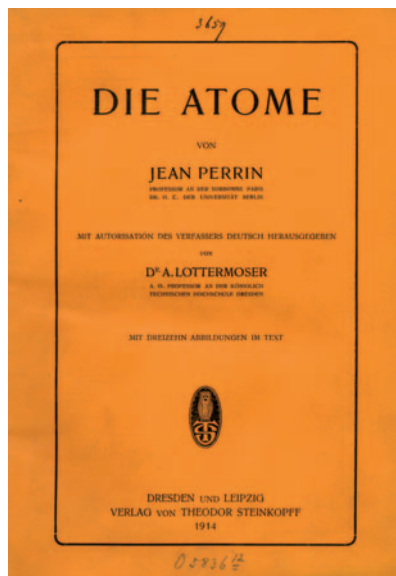
10) Zu Einsteins erster Verwendung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung in seinen Arbeiten zur statistischen Physik siehe CPAE 2, Doc. 3, S. 422.

11) CPAE 2, Doc. 16, S. 253



Dem französischen Physiker Jean Perrin (1870–1942) gelang es, Einsteins Theorie der Brownschen Bewegung experimentell zu bestätigen. (Quelle: Emilio Segré Visual Archives)

– als den elementaren Prozess zu identifizieren, welcher mit der Diffusion als Volumenphänomen korrespondiert. Er nahm die Existenz eines Zeitintervalls an, welches verglichen mit dem Beobachtungszeitraum



Jean Perrins noch heute sehr lesbares Buch „Les Atomes“ von 1913, hier das Cover der deutschen Ausgabe, behandelt insbesondere die bahnbrechenden Experimente Perrins zur Brownschen Bewegung [18].

kurz war, doch lang genug, um die Bewegungen eines schwebenden Teilchens während zweier aufeinander folgender Zeitintervalle unabhängig voneinander zu behandeln. Die Verschiebung der schwebenden Teilchen lässt sich damit mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreiben, welche die Zahl der Teilchen angibt, die sich innerhalb eines Zeitintervalls um eine bestimmte Distanz verschoben haben. Auf der Grundlage dieser Neuinterpretation ergibt sich aus der Lösung der Diffusionsgleichung, wenn man diese mit Einsteins Ausdruck für den Diffusionskoeffizienten kombiniert, ein Ausdruck für die mittlere quadratische Verschiebung  $\lambda_x$  als einer Funktion der Zeit. Einstein schlug vor, dieser Ausdruck könne experimentell zur Ermittlung der Avogadro-Zahl  $N$  verwendet werden:

$$\lambda_x = \sqrt{t} \sqrt{\frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{3\pi kP}}, \quad (3)$$

wobei  $t$  für die Zeit steht, und wie zuvor  $R$  für die Gaskonstante,  $T$  für die Temperatur,  $k$  für die Viskosität und  $P$  für den Radius der schwebenden Teilchen.

### Auswirkungen

Die Brownsche Bewegung spielte auch in Einsteins nachfolgenden Veröffentlichungen die Rolle eines Grenzproblems: Er brachte sie nicht nur mit der Thermodynamik und der kinetischen Theorie, sondern auch mit der Elektrodynamik und der Strahlungstheorie in Verbindung. In seinem zweiten Artikel zum Thema ging er ausführlich auf die Beziehung zwischen Brownscher Bewegung und den Grundlagen der molekularen Wärmetheorie ein.<sup>12)</sup> Dort griff er sein 1904<sup>13)</sup> ermitteltes Ergebnis für Energieschwankungen wieder auf und wendete es auf ein System an, das einer äußeren Kraft unterworfen ist. Dies geschah mit dem Zweck, die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, mit der ein geeigneter beobachtbarer Parameter infolge der unregelmäßigen Molekülbewegungen vom Gleichgewichtswert abweicht.

Einstein entwickelte auch eine Formel für die vertikale Verteilung schwebender Teilchen unter dem Einfluss der Schwerkraft. Außerdem stellte er Überlegungen zu einem System an, das Wärmestrahlung beinhaltet: einen geladenen harmonischen Oszillator im thermischen Gleichgewicht mit dem Gas und der Wärmestrahlung. Damit schlug er eine Brücke zwischen Thermodynamik, kinetischer Theorie und Elektrodynamik. In späteren Artikeln analysierte er Spannungsschwankungen in einem Kondensator<sup>14)</sup> und kam wieder zum Thema Wärmestrahlung zurück<sup>15)</sup>. Ausgehend von Arbeiten Smoluchowskis befasste er sich auch mit dem Phänomen der kritischen Opaleszenz<sup>16)</sup> und zeigte, dass diese und die blaue Farbe des Himmels beide auf Dichteschwankungen beruhen, welche durch den molekularen Aufbau der Materie bedingt sind.

Einstein bestimmte die Druckschwankungen in der

Schwarzkörperstrahlung aus der Bedingung, dass der Impuls, den diese Schwankungen auf einen kleinen, sich durch die Strahlung bewegenden Spiegel übertragen, exakt den Impulsverlust durch den mittleren Strahlungsdruck auf den Spiegel kompensiert.<sup>17)</sup> Die Anwendung der für die Brownsche Bewegung entwickelten Techniken auf das Problem der Wärmestrahlung stützte Einsteins umstrittene Behauptung, Plancks Formel für das Energiespektrum sei mit dem klassischen Verständnis von Strahlung nicht vereinbar [19]. Seine Ergebnisse zeigen, dass durch ein Strahlungsfeld ausgelöste Schwankungen weder ausschließlich durch die Interferenzphänomene der klassischen Strahlung erklärt werden, noch durch statistische Schwankungen in einem Lichtquanten-Gas, das man als Ansammlung klassischer Teilchen ansieht.

### Der Durchbruch für den Atomismus

Während Einsteins Arbeit zur Brownschen Bewegung Auswirkungen auf eine große Zahl verschiedener Felder hatte, so bestand die Hauptauswirkung doch, wie bereits am Anfang festgestellt, in der Akzeptanz des Atomismus zum Beginn des 20. Jahrhunderts. Deutlich wurde dies vor allem durch die bahnbrechenden Experimente von Jean Perrin, die in zahlreichen Artikeln und Büchern veröffentlicht wurden. Perrin begann seine Experimente 1908 und verfolgte sie entlang weitgehend derselben Bahnen wie Einsteins Überlegungen zu diesem Thema. Er überprüfte daraufhin eine Formel, die der Einsteins für die vertikale Verteilung schwebender Teilchen unter dem Einfluss der Schwerkraft entsprach.<sup>18)</sup> Perrin hatte auch erkannt, dass die von van't Hoff aufgestellte Analogie zwischen einem idealen Gas und einer Lösung auch auf Kolloidlösungen und Suspensionen ausgedehnt werden konnte und dass diese Analogie ein hervorragendes Mittel darstellte, um Belege für die Atomhypothese zu gewinnen [21]. Am bemerkenswertesten war jedoch, dass Perrin fast alle von Einsteins Vorhersagen zum stochastischen Verhalten schwebender Teilchen detailliert bestätigen konnte, wodurch er dessen „Erfindung“ der Brownschen Bewegung in einen schlagenden experimentellen Beleg für die Atomhypothese verwandeln konnte.

Frühere Experimente waren entweder rein qualitativer Natur, so zum Beispiel diejenigen von Felix Ehrenhaft, Victor Henri oder Max Seddig [22–24]; oder sie waren quantitativer Art, wie jene von The Svedberg [25], verharteten jedoch innerhalb des konzeptionellen Rahmens der kinetischen Theorie, davon ausgehend, man könne tatsächlich die Geschwindigkeit Brownscher Teilchen messen [26]. 1907 schrieb Einstein sogar einen Artikel, in dem er grundlegende Mängel in Svedbergs Arbeit korrigierte.<sup>19)</sup> Perrin hingegen war sich völlig darüber im Klaren, dass die Arbeiten von Einstein und Smoluchowski eine neue begriffliche Basis für die Analyse der Brownschen Bewegung etabliert hatten: „Einstein und Smoluchowski haben die Lebhaftigkeit der Brownschen Bewegung auf dieselbe Weise charakterisiert. Bis jetzt hatte man sich bemüht, eine ‚mittlere Geschwindigkeit der Bewegung‘ zu ermitteln, indem man so getreu wie möglich der Bahn eines Teilchens folgte. Die so erhaltenen Schätzungswerte betrogen stets einige Mikron pro Sekunde bei einer Größenordnung der Teilchen von 1  $\mu$ . Aber solche Schätzungen sind grundfalsch.“ [18] 1909 schrieb Einstein dankbar an Perrin: „Ich hätte angenommen, dass es unmöglich ist, die Brownsche Bewegung so präzise

12) CPAE 2, Doc. 32, S. 334

13) CPAE 2, Doc. 5, § 4

14) CPAE 2, Doc. 59

15) CPAE 2, Doc. 56

16) CPAE 3, Doc. 9

17) Ähnlich, allerdings detaillierter, argumentiert Einstein in CPAE 3, Doc. 8 gegeben.

18) Obwohl Einsteins Name in Verbindung mit der Gültigkeit des Gleichverteilungssatzes für suspendierte Teilchen in [20] genannt wird, zitiert Perrin keinen seiner Artikel.

19) s. CPAE 2, Doc. 40; zu Svedbergs Versuch, seine experimentellen Analyse zu verteidigen, s. [27]; einen Überblick der Kritik an Svedbergs Arbeit gibt ([28], S. 210).

zu untersuchen. Es ist ein Glücksfall für dieses Thema, dass Sie sich seiner angenommen haben.“<sup>20)</sup>

Ironischerweise kam die Bestätigung der uralten Atomhypothese zu einem historischen Zeitpunkt, als die Menge an Belegen zu ihren Gunsten gleichzeitig auf die Grenzen des klassischen Verständnisses von Atomistik hindeutete. Dies führte schließlich zu einem Verständnis von Materie auf der Basis einer neuen Physik, die gerade im Entstehen begriffen war – nicht zuletzt durch Einsteins Beiträge.

Einsteins Erforschung der statistischen Eigenschaften physikalischer Prozesse wie der Brownschen Bewegung stellte verglichen mit der klassischen Physik eine Umkehrung der Perspektive dar, wie ihm auch sehr bewusst war. In seinem Artikel zur statistischen Physik wird dies besonders deutlich im Hinblick auf seine Interpretation des Boltzmann-Prinzips, welches die thermodynamische Entropie eines physikalischen Systems mit der statistischen Wahrscheinlichkeit seiner Zustände verknüpft. In einer Vorlesung von 1910 zum Boltzmann-Prinzip<sup>21)</sup> argumentierte Einstein, dieses Prinzip könne auf zwei verschiedene Arten angewandt werden. Ausgehend von einem vollständigen atomistischen Bild des Systems kann man die Wahrscheinlichkeit seiner Zustände berechnen und dann mit Hilfe des Boltzmann-Prinzips die Entropie und damit das thermodynamische Verhalten des Systems bestimmen. Dies ist die Perspektive der klassischen Physik. Für Einstein bestand jedoch die eigentliche Bedeutung des Boltzmann-Prinzips in seiner umgekehrten Anwendung, wenn kein vollständiges atomistisches Bild des Systems zur Verfügung steht, wie es zum Beispiel bei jenen Systemen der Fall war, die im Verdacht standen, nicht-klassisches Verhalten zu zeigen, so beispielsweise die Wärmestrahlung. In diesem Fall bestand nach Einsteins Ansicht die wichtigste Anwendung des Prinzips darin, aus dem beobachteten thermodynamischen Verhalten eines Systems die statistische Wahrscheinlichkeit seiner einzelnen Zustände abzuleiten. Es wäre damit möglich zu beurteilen, in welchem Maße das System von dem gemäß klassischer Thermodynamik erwarteten Verhalten abweicht, zum Beispiel, indem es die Art von Fluktuationsverhalten aufweist, welche durch die Brownsche Bewegung repräsentiert wird.

Die tiefgreifenden begrifflichen Implikationen der durch Einsteins Arbeiten zur Brownschen Bewegung ausgelösten atomistischen Revolution werden in seiner Vorlesung von 1910 auch durch die Diskussion der Frage deutlich, ob physikalische Fakten vollständig kausal verbunden sind. Einstein argumentierte, dass diese Frage – im Hinblick auf die nicht vorhersagbare Unregelmäßigkeit der Brownschen Bewegung – eindeutig negativ zu beantworten sei. Doch seien wir immerhin in der Lage, die statistischen Gesetze für solche Fluktuationsphänomene zu erfassen. Auf theoretischer Ebene, so schloss er deshalb, müsse daher die Voraussetzung einer vollständigen kausalen Bestimmtheit physikalischer Ereignisse aufrechterhalten werden. Allerdings dürften wir nicht hoffen, diese Vorstellung jemals direkt bestätigen zu können, selbst bei immer genauerer Beobachtung – ein bemerkenswerter Standpunkt zur Frühzeit der Quantentheorie.

\*

Dieser Artikel basiert auf früheren Beiträgen, vor allem der „Editorial Note“ zur Brownschen Bewegung in CPAE 2 und „Glimpses from the Love Letters“ in [29], in denen hier behandelte und weitere Aspekte tiefergehend diskutiert werden. Eine englische Fassung dieses

Artikels, die Jutta Pistor ins Deutsche übersetzt hat, erscheint in „Einstein's Annalen Papers“<sup>(#)</sup>.

#### Literatur

- [1] A. Einstein, Autobiographisches, in: P. Schilpp (Hrsg.) *Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher*, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden (1979)
- [2] R. Brown, *Edinburgh New Philosophical Journal* 5, 358 (1828)
- [3] M. v. Smoluchowski, *Ann. Phys.* 21, 756 (1906)
- [4] G. L. De Haas-Lorentz, *Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen*, Vieweg, Braunschweig (1913)
- [5] M. J. Nye, *Molecular Reality*, Macdonald, London und American Elsevier, New York (1972)
- [6] S. G. Brush, *Arch. Hist. Exact Sci.* 5, 1 (1968)
- [7] K. v. Nägeli, *Sitz. Ber. Königl. Bayer. Akad. Wiss. (München)*, *Mathem.-phys. Klasse* 9, 389 (1879)
- [8] F. M. Exner, *Ann. Phys.* 2, 843 (1900)
- [9] H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, E. Flammarion, Paris (1902) [dt.: *Wissenschaft und Hypothese*, Xenomos, Berlin (2003), durchges. Neuaufl. der Erstausg. (1906)]
- [10] R. J. Deltete, *The Energetics Controversy in Late Nineteenth-Century Germany*, Dissertation, Yale University (1983)
- [11] J. H. van't Hoff, *Z. Phys. Chem.* 1, 481 (1887)
- [12] W. Nernst, *Z. Phys. Chem.* 2, 613 (1888)
- [13] A. Cotton und H. Mouton, *Les ultramicroscopes et les objets ultramicroscopiques*, Masson, Paris (1906)
- [14] J. Renn und R. Rynasiewicz, in: M. Janssen und C. Lehner (Hrsg.), *Cambridge Companion to Einstein*, Cambridge University Press, New York (im Druck)
- [15] R. A. Zsigmondy, *Zur Erkenntnis der Kolloide*, Gustav Fischer, Jena (1905)
- [16] H. Siedentopf und R. A. Zsigmondy, *Ann. Phys.* 10, 1 (1903)
- [17] A. Fick, *Ann. Phys.* 4, 59 (1855)
- [18] J. Perrin, *Les Atomes*, Félix Alcan, Paris (1913); deutsche Ausgabe: *Die Atome*, übersetzt von A. Lottermoser, Th. Steinkopff, Dresden und Leipzig (1914)
- [19] J. Büttner, J. Renn und M. Schemmel, *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.* 34, 37 (2003)
- [20] J. Perrin, *Comptes rendus* 146, 967 (1908)
- [21] J. Perrin, in: P. Langevin and M. de Broglie (Hrsg.): *La théorie du rayonnement et les quanta*, Gauthier-Villars, Paris (1912)
- [22] F. Ehrenhaft, *Sitz. Ber. Kaiserl. Akad. Wiss. (Wien) Abt. IIA*, 116, 1139 (1907)
- [23] V. Henri, *Comptes rendus* 146, 1024 (1908)
- [24] M. Seddig, *Sitzungsber. Ges. Beförd. Ges. Naturwiss. Marburg*, 182 (1907); *Phys. Z.* 9, 465 (1908)
- [25] T. Svedberg, *Z. Elektrochem.* 12, 909 (1906)
- [26] T. Svedberg, *Z. Elektrochem.* 12, 853 (1906)
- [27] T. Svedberg, *Z. Phys. Chem.* 71, 571 (1910)
- [28] M. Kerker, *Isis* 67, 190 (1976)
- [29] J. Renn, in: D. Howard and J. Stachel (Hrsg.), *Einstein: The Formative Years, 1879–1909*, Birkhäuser, Boston, S. 107 (2000)

20) Einstein an Jean Perrin, 11. November 1909, in: CPAE 5, Doc. 186

21) „Über das Boltzmann'sche Prinzip und einige unmittelbar aus demselben fließende Folgerungen“, Vorlesung für die Physikalische Gesellschaft Zürich, 2. November 1910, Zangger-Nachlass

#) J. Renn (Hrsg.), *Einstein's Annalen Papers, The Complete Collection 1901–1922*, Wiley-VCH, ISBN 3-527-40564-X (2005)

#### Der Autor

Jürgen Renn ist Direktor am Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte in Berlin, wo er seit 1994 arbeitet, und gilt als einer der führenden deutschen Einstein-Experten. Er war Mitherausgeber der *Collected Papers of Albert Einstein* und koordiniert die Ausstellung „Albert Einstein – Ingenieur des Universums“ dieses Jahr in Berlin.

