

# Nicht zu unterscheiden

Vor hundert Jahren erkannte der polnische Physiker Władysław Natanson als Erster die für Quantenstatistiken grundlegende Voraussetzung der Ununterscheidbarkeit.

Magdalena Waniek und Klaus Hentschel

Eigentlich müsste die heute nach Bose und Einstein benannte Quantenstatistik Natanson-Bose-Einstein-Statistik heißen. Der Doyen der theoretischen Physik in Polen, Władysław Natanson (1864–1937), hat nämlich wichtige, aber bis heute viel zu wenig bekannte Beiträge zur Thermodynamik irreversibler Prozesse und zur Quantentheorie der Strahlung geleistet.

Władysław Natanson wuchs in einer jüdischen Bankiers- und Industriellen-Familie mit wissenschaftlicher Tradition auf, die sicher zu seiner günstigen Entwicklung in den Jugendjahren beigetragen haben dürfte [1, 2]. Bereits im Alter von acht Jahren schrieb er Aufsätze über verschiedenste Gebiete der Wissenschaft, nicht nur auf Polnisch, sondern auch in Englisch, Deutsch und Französisch. Dabei zeigte er eine für sein Alter ungewöhnliche Wortwahl und Stilistik.

Sein Vater, Ludwik Natanson, war Mediziner und sozialer Aktivist, der neben den gewöhnlichen Aufgaben eines Arztes wissenschaftliche Arbeiten veröffentlichte und medizinische Fachzeitschriften herausgab. Władysław und sein drei Jahre älterer Bruder Edward forschten und experimentierten gemeinsam. Sie veröffentlichten ihre ersten wissenschaftlichen Arbeiten zusammen, z. B. ihre Untersuchungen des Stickstoffoxychlorids, eine der ersten experimentellen Bestätigungen des Massenwirkungsgesetzes. Viel Anerkennung und internationale Aufmerksamkeit brachte den Brüdern ihre Arbeit über chemische Valenz, die sie 1880 bei einer Sitzung der Gesellschaft der Exakten Wissenschaften in Paris vorstellten.

Von 1882 bis 1886 studierte Władysław Natanson Physik, Mathematik und Chemie an der



Sammlung von Zofia Zachwiejowa, AN PAN I PAU, sygn. KJH 122, Jra. 1

Der theoretische Physiker Władysław Natanson um 1893 in seiner Warschauer Wohnung.

Universität in St. Petersburg. Hier besuchte er Vorlesungen von Wissenschaftlern wie Andrej Markow, Orest Chwolson und vor allem Dmitri Mendelejew [3]. Natanson bewertete jedoch nur das Petersburger Mathematikstudium als hervorragend. Andere Fächer wie Physik, Geologie und Astronomie wurden auf einem deutlich niedrigeren Niveau unterrichtet als im westlichen Europa. Es mangelte an praktischen Übungen in Laboratorien und an Seminaren. Deshalb legte Natanson sehr großen Wert auf Selbststudium und verbrachte zu diesem Zweck die meiste Zeit in der Universitätsbibliothek [4]. Der Mangel an Praxis und die Verlagerung seines Studienswerpunktes auf die Mathematik ließen ihn schließlich zu einem Theoretiker werden.

Nach dem vierjährigen Studium in Russland ging Natanson nach Großbritannien und begann seine Studien in Cambridge und Glasgow. Vor allem das Cavendish Laboratory beeindruckte ihn sehr und ermöglichte ihm einen engen Kontakt zum damaligen Institutsleiter Joseph John Thomson, dessen Arbeit er sehr bewunderte und re-

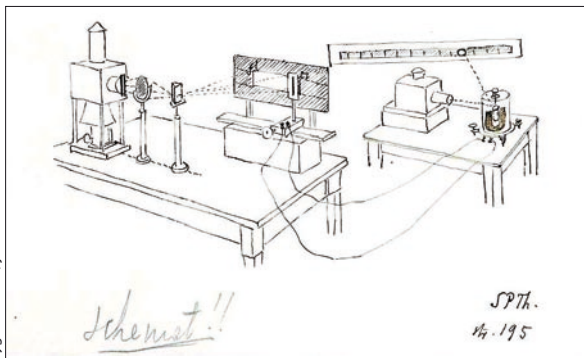
spekteerte. Während seines Aufenthalts in England verreiste Natanson zwei Mal an die Universität Dorpat, um dort 1887 seinen Magister in Physik auf der Grundlage einer Arbeit über die kinetische Theorie realer (nicht-idealisierten) Gase zu machen und 1888, um bei Arthur von Oettingen mit einer Arbeit „Über die kinetische Theorie der Joule'schen Erscheinung“ zu promovieren.

Schließlich ging er an die Grazer Universität, wo er seine Studien über die kinetische Theorie der Gase bei Ludwig Boltzmann vertiefte. Leider kam es zu keinem näheren Kontakt mit Boltzmann, der Natanson seine angestrebte Habilitation in Graz verweigerte. Enttäuscht kehrte dieser nach Warschau zurück und schrieb dort eine „Einführung in die theoretische Physik“, die 1890 erschien.

Zu dieser Zeit hatte Natanson keine Verbindung zur einzigen Warschauer Universität. Sie wurde von den polnischen Wissenschaftlern aufgrund ihrer starken Russifizierung boykottiert. Ohne Anstellung blieb Natanson zunächst Privatgelehrter. Dieser Zustand

Die PDF-Version dieses Artikels, die im Online-Inhaltsverzeichnis dieser Ausgabe auf [www.physik-journal.de](http://www.physik-journal.de) zu finden ist, enthält zusätzliche Quellenangaben und ein erweitertes Literaturverzeichnis.

Magdalena Waniek und Prof. Dr. Klaus Hentschel, Historisches Institut, Abt. GNT, Universität Stuttgart, Keplerstr. 17, 70174 Stuttgart



Diese von Natanson für sein Lehrbuch angefertigte Illustration zeigt die bolometrische Untersuchung eines Spektrums.

hielt allerdings nicht lange an, denn schon 1890 lernte er August Witkowski kennen, der ihn zu einem Umzug nach Krakau motivierte. Krakau liegt in Galizien, einem Teil Polens, der damals Österreich unterstand. Witkowski war Professor und Leiter des Instituts für experimentelle Physik an der Krakauer Jagiellonen Universität [5]. In seinen Arbeiten beschäftigte er sich hauptsächlich mit der Physik der Gase und vor allem ihren Eigenschaften bei niedrigen Temperaturen. Er legte den Grundstein für den Ausbau der Physik an der Krakauer Universität, sammelte Mittel für den Bau eines neuen Gebäudes für die Fakultät und organisierte auch ein physikalisches Labor, das alle Studenten der Physik freinutzen konnten [6]. Witkowski ermutigte Natanson dazu, sich an der Krakauer Universität um seine Habilitation in theoretischer Physik zu bemühen. Das gab Natanson die Möglichkeit, dort als Privatdozent zu arbeiten. Am 12. Februar 1891 fand das Habilitationskolloquium statt. Der Vortrag über die neuesten Theorien der Materie folgte am 16. März 1891 und wurde als sehr gut beurteilt. Man lobte vor allem die originellen Ansichten und die wissenschaftliche Genauigkeit des Kandidaten.

Im Januar 1892 sandte der Rat der Philosophischen Fakultät ein Gesuch an das Ministerium in Wien, Natanson den Titel des außerordentlichen Professors zu verleihen. Vom Ministerium kam jedoch keine eindeutige Entscheidung, da es sich im Falle von Natanson um einen ziemlich jungen Wissenschaftler handelte, der zudem keine österreichische, sondern russische Staatsangehörigkeit

besaß. Natanson wurde erst zwei Jahre später, am 9. März 1894, zum außerplanmäßigen Professor nominiert. Von Juni 1896 bis Mai 1898 bat der Fakultätsrat das Ministerium viermal darum, Natanson den Titel eines ordentlichen Professors zu verleihen. Nach langwierigen Verhandlungen erhielt er am 10. Januar 1899 zumindest den Titel eines außerordentlichen Professors mit allen Rechten und Pflichten. Die langen Verhandlungen hinterließen ihre Spuren. So entschied sich Natanson unter dem großen Druck zu weitergehender Anpassung im Jahr 1900 dazu, zum Christentum zu konvertieren [7].

Seine Lehrtätigkeit als Privatdozent begann Natanson im Wintersemester 1891/92 mit einer zweisemestrigen Vorlesung über die Hauptsätze der Thermodynamik. Im Sommersemester 1892 kam noch die Vorlesung über die kinetische Theorie der Materie dazu. Natanson versuchte von Anfang an eine gewisse Struktur in die Zyklen seiner Vorlesungen zu bringen, die sich alle vier bis sechs Studienjahre wiederholte. Dennoch wagte er auch immer wieder kleine Veränderungen oder Ergänzungen der Themengebiete, womit er häufig die Rolle eines Pioniers der theoretischen Physik in Krakau übernahm. Ein Beispiel dafür ist seine Vorlesung über Quantenmechanik, die Natanson seit dem Studienjahr 1928/29 hielt, ohne Zweifel die erste dieser Art in Krakau überhaupt.

Zu seinen prominentesten Studenten und Doktoranden gehörte Leopold Infeld, der Natansons Vorlesungen in seinen Erinnerungen als „äußerst genau durchgeplante Einheit [...], die von Anfang an komponiert wurde, wie ein Kunstwerk“ beschrieb [8]: „Ich hörte in meinem Leben viele schöne Vorlesungen, aber nie so technisch meisterhafte, wie die von Professor Natanson“, urteilte Infeld im Rückblick. Bei Natanson hörte er auch erstmals von Albert Einstein, den dieser als „modernen Kopernikus“ bezeichnete. Infeld wurde 1936 Einsteins Assistent und schrieb mit diesem zusammen das Buch „The Evolution of Physics“ (1938).

## Die Anfänge der Quantenstatistik

Natanson beschäftigte sich anfangs mit der kinetischen Theorie der Gase sowie mit der Thermodynamik irreversibler Prozesse und ihrer Anwendung auf die Hydrodynamik viskoser Flüssigkeiten. Ab 1907 arbeitete er hauptsächlich an der Theorie der Elektronen sowie der Strahlung und der Optik. In den 1930er-Jahren beschäftigte er sich schließlich intensiv mit der Quantenmechanik [9].

Vor allem Natansons Arbeiten über die Thermodynamik der irreversiblen Prozesse und zur statistischen Theorie der Strahlung waren seiner Zeit weit voraus. Dies illustriert seine wohl bedeutsamste Arbeit zur Quantenstatistik sehr eindrücklich.

Bei Max Planck, dem „Revolutionär wider Willen“, war die Quantisierung der Energie lediglich ein Notbehelf, erzwungenermaßen eingeführt, nur um die Umverteilung der Energie im Strahlungsfeld auf immer kleinere Energiepakete zu verhindern. Planck selbst deutete dies lange als bloßen Sekundäreffekt, der aus einer von ihm vermuteten, mysteriösen Eigenschaft der umgebenden Materie resultierte, nur bestimmte, eben quantisierte Schwingungsmoden zuzulassen [10–12].

Von dieser noch halbherzigen Auffassung der Energiequantisierung à la Planck war es ein weiterer Schritt zu einem Zugeständnis echter Quantisierung des Strahlungsfeldes selbst. Bei Einstein 1905 noch vorsichtig als „heuristischer Gesichtspunkt“ titulierte [13], bricht sich die Einsicht in die reale Existenz von Lichtquanten erst in einem schrittweisen Prozess allmählich eine alles andere als geradlinige Bahn [14, 15]. Eine ganz entscheidende Etappe dabei war die Arbeit von Natanson, mit der er 1911 auf die Notwendigkeit einer radikalen statistischen Reinterpretation der Planckschen Befunde hinwies und damit eine der wichtigsten Kernaussagen der heute Bose-Einstein-Statistik genannten Quantenstatistik vorwegnahm, nämlich die der Ununterscheidbarkeit der Quanten [16–18].

In einem am 15. August 1911 in der Physikalischen Zeitschrift erschienenen Aufsatz zeigte Natanson, dass sich Plancks Strahlungsformel nur dann ableiten lässt, wenn man die völlige Ununterscheidbarkeit der Energiequanten voraussetzt. Legt man hingegen Unterscheidbarkeit zugrunde, so ergibt sich die Boltzmann-Verteilung. Natanson bewies dies, indem er die kombinatorische Frage stellte, auf wie viele verschiedene Weisen  $P$  Energiequanten  $\varepsilon$  auf  $N$  „Energiehalter“ verteilbar sind, wobei diese Energiehalter analog den Planckschen „Resonatoren“ materielle Systeme (nicht notwendig Teilchen) sein sollten, die diese Energiequanten zu absorbieren bzw. zu emittieren vermögen. Insofern setzte Natanson wie schon Planck voraus [19], dass „die Energie nicht unbegrenzt teilbar ist, sondern aus einem Aggregat diskreter Elemente oder Einheiten zusammengesetzt ist“ ([20], S. 660). Klarer als Planck, Einstein und andere Physiker bis dato erkannte Natanson aber, dass diese Ununterscheidbarkeit der Energiequanten zentral war: „Die Elemente oder Einheiten der Energie betrachten wir aber als unterschiedslos gleich. Würden wir jede einzelne von ihnen für sich wahrnehmen können, so würden sich damit die Bedingungen des Falles von Grund auf ändern. Hierauf muß in allererster Linie aufmerksam gemacht werden“ ([20], S. 660) (Infokasten).

Auch andere Physiker fingen nun an, sich dieser statistischen Theorie der Strahlung zuzuwenden,



Sammlung von Zofia Zachwiejowa; AN PAN i PAU, sygn. K III-122, j. a. 1

von der Natanson gleich zu Beginn seines Aufsatzes von 1911 klarsichtig gesagt hatte, sie müsse „zu den tiefgründigsten Entdeckungen auf dem Gebiete der Molekularphysik gerechnet werden“ ([20], S. 659). Der Russe Yuri Krutkow und der Pole Mieczysław Wolfke stritten 1914/15 heftig darum [21–22], inwiefern Einsteins Annahme von Lichtquanten, die Wolfke „Lichtatome“ nannte (die Bezeichnung „Photon“ prägte Gilbert Lewis erst 1926 [23]), deren „Unabhängigkeit“ voraussetzte. Beide verstanden unter diesem wenig geeigneten Begriff leider ganz verschiedene Dinge: der eine Identität, der andere hingegen räumliche Trennbarkeit [24, 25]. Weitere Klarheit in die Diskussion brachte dann 1915 ein kurzer Aufsatz von Paul Ehrenfest und Heike Kamerlingh-Onnes in den Annalen der Physik, in dem eine elegante und anschauliche „Ableitung der kombinatorischen Formel [gegeben

wurde], welche der Planckschen Strahlungstheorie zugrunde liegt“ ([26], S. 1021).

Die beiden damals in Leiden tätigen Physiker repräsentierten die  $P$  Energiequanten durch  $P$  (ununterscheidbare) Punkte und konkrete Energieverteilungen jener  $P$  Quanten auf  $N$  Natansonsche Energieträger (bzw. Plancksche Resonatoren) durch eine symbolische Zeichenkette, die neben diesen  $P$  Energiequanten auch  $(N - 1)$  Trennungstriche zwischen den Energieträgern beinhaltete. So bedeutete beispielsweise die Zeichenkette „ $\cdot \cdot | \cdot | \dots | | \dots$ “ eine Verteilung, bei der zehn Energiequanten auf fünf Energieträger verteilt werden, und zwar so, dass ein Resonator zwei, einer ein, einer vier, einer kein und einer drei Energiequanten aufgenommen hat. Das Plancksche Energieverteilungsproblem wurde auf diese Weise zu einer rein kombinatorischen Aufgabe der Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Vorliegen bestimmter Kombinationen der beiden Zeichentypen „ $\cdot$ “ ( $P$ -mal) und „ $|$ “ ( $N - 1$ -mal). Die Antwort auf dieses einfache kombinatorische Problem ist, dass es  $(P + N - 1)!$  Permutationen dieser  $(P + N - 1)$  Zeichen gab, wobei Doppelzählung von nichtunterscheidbaren Kombinationen noch dadurch korrigiert werden musste, dass dieser Ausdruck durch die Permutationen  $P!$  aller Punkte und  $(N - 1)!$  aller Trennstriche geteilt wird. In den Worten von Ehrenfest und Kamerlingh-Onnes: „Je  $(N - 1)P!$  von diesen

Władysław Natanson um 1930 mit seinen Studentinnen und Studenten, die an seinem Seminar für theoretische Physik teilnahmen.

**AUFTEILUNG VON QUANTEN AUF RESONATOREN**

Die Überlegungen von Natanson lassen sich in einem einfachen Rechenbeispiel veranschaulichen: Angenommen,  $P$  Energiequanten seien auf  $N$  unterscheidbare Resonatoren (d. h. kleinstschwingende Systeme) aufzuteilen. Die Antwort, wie viele a priori gleich wahrscheinliche Möglichkeiten es gibt (und damit auch die gesuchte Durchschnittsenergie der Resonatoren), hängt davon ab, ob die Energiequanten unterscheidbar oder ununterscheidbar sind.

•••	
••	•
••	•
••	•
•	••
•	••
•	••
	•••

In der Abbildung sind die Energiequanten als Punkt dargestellt, die Resonatoren als Rechtecke. Wenn die Energiequanten ununterscheidbar sind, so gibt es nur vier unterscheidbare Zustände (dunkelblau hinterlegt); sind die Energiequanten hingegen unterscheidbar, dann gäbe es acht verschiedene Möglichkeiten der Aufteilung der Energie auf zwei Resonatoren. Die Durchschnittsenergie läge bei 1,5 bzw. 2 Quanten pro Resonator.



Albert Einstein (links) 1920 in Leiden neben Paul Ehrenfest, Paul Langevin, Heike Kamerlingh Onnes und Pierre Weiss. Statt Natansons Arbeit von 1911 regte eine Arbeit des jungen indischen Physikers Satyendranath Bose (oben auf einem Foto von 1925) Einstein zur Vorhersage eines neuen Zustands der Materie an, dem später so genannten Bose-Einstein-Kondensat.

Anordnungsweisen geben dasselbe Verteilungssymbol und lassen jeden Resonator auf seiner Energiestufe liegen“ ([26], S. 1022). Somit ergab sich insgesamt für die Zahl der nicht-unterscheidbaren Fälle einer Kombination von  $P$  Energieelementen und  $N$  Energieträgern:  $W = (N + P - 1)! / [P!(N - 1)!]$

Daraus ergab sich dann wie schon von Max Planck 1900 vorgeführt in wenigen Schritten sofort die Plancksche Energieverteilung. Diese vereinfachte Ableitung der Planckschen Formel für die mittlere Energiedichte des Strahlungsfeldes war weit mehr als bloß ein geschickter didaktischer Kunstgriff, der sich allerdings als solcher bis heute in einigen Lehrbüchern der Quantenmechanik wiederfindet [27]. Natanson, Ehrenfest und Kamerlingh-Onnes hatten sehr scharf den grundlegenden Unterschied der Planckschen und der Einsteinschen Ableitung erkannt:

„Bei Einstein handelt es sich wirklich um  $P$  gleichartige voneinander losgelöste Quanten [...] bei Planck hingegen nicht wirklich um  $P$  voneinander losgelöste Quanta  $\varepsilon$ ; ihre Einführung ist *cum grano salis* zu nehmen; als genau ebenso formeller Kunstgriff wie unsere Permutation der Zeichen [...]. Wahres Objekt der Zählung bleibt die Anzahl aller voneinander verschiedenen Verteilungen von  $N$  Resonatoren über die Energiestufen 0,

$\varepsilon$ ,  $2\varepsilon$ , ... bei vorgegebener Gesamtenergie  $P\varepsilon$ “ ([26], S. 1023).

Planck hatte seinen Fokus auf die klassisch-idealisierten, insofern auch unproblematisch unterscheidbaren Resonatoren in den materiellen Wänden des schwarzen Körpers gelegt und war auf die Energiequantisierung nur gestoßen, weil ihm der 1877 von Ludwig Boltzmann vollzogene Grenzübergang  $\varepsilon \rightarrow 0$  anders als in Boltzmanns klassischer Statistik verwehrt geblieben war [10, 12, 28]. Natanson hatte die sich bereits bei Einstein 1905 andeutende Wende hin zu einer Untersuchung des Strahlungsfeldes selbst konsequent weitergedacht und stieß dabei als Erster auf die für die statistische Ableitung eigentlich zentrale Kernannahme der Ununterscheidbarkeit, bzw., wie er es formulierte darauf, „dass bei dem Prozess der Wahrscheinlichkeitsberechnung die Energiehalter als identifizierbar behandelt werden können, und dass die Energieeinheiten, die in jeder Hinsicht vollkommen gleich sind, nicht als identifizierbar behandelt werden können. Da unser Verfahren in letzter Linie auf dieser Annahme beruht, so erscheint es naturgemäß, es ohne weiteres als die Grundlage der Theorie anzuspüren. Anscheinend hat man dem Umstande nicht die genügende Bedeutung beigelegt, dass wir tatsächlich keine andere Mög-

lichkeit haben, die Berechtigung des Planckschen Verfahrens zur Wahrscheinlichkeitsberechnung nachzuweisen“ ([20], S. 662).

Wie schon so oft, so war Natanson mit diesen prophetischen Worten auch hier deutlich zu früh: Einsteins provokative Überlegungen von 1905 wurden mindestens bis zur experimentellen Bestätigung des Compton-Effekts 1921/22 äußerst kontrovers diskutiert [29] und es dauerte noch bis Mitte der 1920er-Jahre, bis es auch Einstein dämmerte, dass in der Planckschen Energieverteilung eigentlich eine völlig neuartige Quantenstatistik begründet lag. Angeregt zu dieser Einsicht wurde er nicht durch den Aufsatz von Natanson, obwohl er mit diesem auch korrespondierte, sondern durch die Arbeit des ihm bislang völlig unbekanntem bengalischen Physikers Satyendranath Bose (1894 – 1974), die 1924 dann zusammen mit einem eigenen Kommentar in den Sitzungsberichten der Preußischen Akademie der Wissenschaften erschien [30, 31]. Und es dauerte noch sieben weitere Jahrzehnte, bis es 1995 gelang, die von Einstein damals bloß ganz kurz angedeuteten „merkwürdigen“ Eigenschaften jener „entarteter Quantengase“ experimentell in Form der Bose-Einstein-Kondensate zu untersuchen [18, 32].

Eigentlich müsste die heute nach Bose und Einstein benannte Quantenstatistik somit Planck-Natanson-Bose-Einstein-Statistik heißen. Hier bestätigt sich auf's Neue der erste Hauptsatz der Wissenschaftsgeschichte – dass nämlich (fast) kein wissenschaftliches Resultat nach dem Namen seines tatsächlichen Erst-Entdeckers benannt ist.

#### Literatur

- [1] B. Sredniawa, Władysław Natanson (1864–1937), *Concepts of Physics* 4, 705 (2007), [http://merlin.fic.uni.lodz.pl/concepts/www/IV\\_4\\_705.pdf](http://merlin.fic.uni.lodz.pl/concepts/www/IV_4_705.pdf)
- [2] M. Waniek, Der polnische Physiker Władysław Natanson (1864–1937), Magisterarbeit, GNT, Univ. Stuttgart (2011)
- [3] J. Hulewicz und T. Piech, Natanson Władysław (1864–1937), in: *Polska Akademia Nauk (Hrsg.): Polski słownik biograficzny*. 22, Warschau u. a., 611 (1977)
- [4] W. Natanson, *Postępy Fizyki*, 9, 115 (1958)

- [5] S. Dickstein, *Wiadomości Matematyczne*, **17**, 189 (1913)
- [6] B. Średniawa, *Historia filozofii przyrody i fizyki w Uniwersytecie Jagiellońskim, Rotprawy z dziejów nauki i techniki*, Bd. 12, Warszawa (2001)
- [7] M. Mieses, *Polacy-chrześcijanie pochodzenia żydowskiego*, Bd. 2, Warszawa (1938)
- [8] L. Infeld, *Postępy fizyki*, **9**, 130 (1958)
- [9] B. Średniawa, *Kwartalnik Historii Nauki i Techniki*, **42**, 3 (1997)
- [10] O. Darrigol, *Hist. Stud. Phys. Biol.* **19**, 17 (1988); **21**, 237 (1991)
- [11] O. Darrigol, *Centaurus* **43**, 219 (2001)
- [12] C.A. Gearhart, *Physics in Perspective* **4**, 170 (2002)
- [13] A. Einstein, *Ann. Phys.* **17**, 132 (1905)
- [14] K. Hentschel, *Naturwissenschaftl. Rundschau*, Juni 2005, S. 311; Juli 2005, S. 363
- [15] O. Keller, *Progress in Optics* **50**, 51 (2007)
- [16] A. Kastler, in: A. van der Merwe (Hrsg.) *Old and New Questions in Physics, Cosmology and Theoretical Biology*, New York (1983), S. 617
- [17] D. Monaldi, *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.* **49**, 383 (2009)
- [18] D. Greenberger, K. Hentschel und F. Weinert (Hrsg.), *Compendium of Quantum Physics*, Springer, New York (2009)
- [19] M. Planck, *Verh. DPG* **2**, 237 (1900)
- [20] W. Natanson, *Physikal. Z.* **12**, 659 (1911)
- [21] M. Wolfke, *Zur Quantentheorie*, *Verh. DPG* **15**, 1123; 1215 (1913); **16**, 4 (1914a)
- [22] M. Wolfke, *Physikal. Z.* **15**, 308; 463 (1914); G. Krutkow, *Physikal. Z.* **15**, 133; 363 (1914)
- [23] G. Lewis, *Nature* **118**, 874 (1926)
- [24] J. Mehra und H. Rechenberg, *The Historical Development of Quantum Theory*, Bd. 1, Springer, Berlin (1982)
- [25] L. Navarro und E. Pérez, *Archive for History of Exact Sciences* **58**, 2 (2004), 97
- [26] P. Ehrenfest und H. Kamerlingh Onnes, *Ann. Phys.* **46**, 1021 (1915)
- [27] F. Hund, *Geschichte der Quantentheorie*, Bibliograph. Institut, Mannheim (1984)
- [28] O. Darrigol, *From C-numbers to Q-numbers*, University of California Press, Berkeley (1992)
- [29] S. G. Brush, *Hist. Stud. Phys. Biol.* **37**, 205 (2007)
- [30] S. Bose, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924)
- [31] A. Einstein, *Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., math.-physik. Klasse*, 1924, S. 261; 1925, S. 3
- [32] W. Ketterle, in: J. Evans et al. (Hrsg.), *Quantum Mechanics at the Crossroads*, Springer, Berlin (2007), S. 159

## DIE AUTOREN

**Magdalena Waniek** hat an der Universität Stuttgart Geschichte der Naturwissenschaften und Technik sowie



germanistische Linguistik studiert und im März 2011 mit einer Magisterarbeit über Leben und Werk von Władysław Natanson abgeschlossen, für die sie auch in Krakau geforscht hat.

**Klaus Hentschel** ist Leiter der Abteilung für Geschichte der Naturwissenschaften und Technik (GNT) an der Universität Stuttgart und war



bis 2010 stellvertretender Vorsitzender des Fachverbandes Geschichte der Physik der DPG. Er ist Autor zahlreicher wissenschaftshistorischer Publikationen und Monografien etwa zur Mentalität der Physiker nach dem Zweiten Weltkrieg oder zur Geschichte der Strahlensorten und ihrer Klassifikation.

**Literatur (chronologisch):**

*Max Planck*, Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft **2**, 237 (1900)

A. *Einstein*, Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Annalen der Physik **17**, 132 (1905)

W. *Natanson*, Über die statistische Theorie der Strahlung, Physikalische Zeitschrift **12**, 659 (1911) [in poln. auch im Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie A 1911, 134 – 148]

S. *Dickstein*, August Witkowski. Wiadomości Matematyczne, **17**, 189 (1913)

M. *Wolfke*, Zur Quantentheorie, Verhandlungen der deutschen Physikalischen Gesellschaft **15**, 1123; 1215 (1913); **16**, 4 (1914a)

M. *Wolfke*, Welche Strahlungsformel folgt aus der Annahme der Lichtatome, Physikalische Zeitschrift **15**, 308 (1914b); 463 (Replik auf Krutkow 1914)

G. *Krutkow*, Aus der Annahme unabhängiger Lichtquanten folgt die Wiensche Strahlungsformel, Physikalische Zeitschrift **15**, 133 (1914); 363 (Replik auf Wolfke 1914a)

P. *Ehrenfest* und H. *Kamerlingh Onnes*: Vereinfachte Ableitung der kombinatorischen Formel, welche der Planckschen Strahlungstheorie zugrunde liegt, Annalen der Physik **46**, 1021 (1915)

S. *Bose*, Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese, Zeitschrift für Physik **26**, 178 (1924)

A. *Einstein*, Quantentheorie des einatomigen idealen Gases – 1. Abhandlung, Sitzungsberichte der preussischen Akademie der Wissenschaften. math.-physik. Klasse, 1924, S. 261 sowie 2. Abhandlung, 1925, S. 3

G. *Lewis*, The Conservation of Photons, Nature **118**, 874 (1926)

J. *Weyssenhoff*, Natanson †, Acta Physica Polonica **11**, 251 (1937) [mit Bibliografie]

M. *Mieses*, Polacy- chrześcijanie pochodzenia żydowskiego [Polen- Krisen der jüdischen Herkunft], Bd. 2. Warschau (1938)

W. *Natanson*, Autobiografia. [Autobiographie] Postępy Fizyki, **9**, 115 (1958)

L. *Infeld*, Moje wspomnienia o Władysławie Natansonie [Meine Erinnerungen an Władysław Natanson]. Postępy fizyki, **9**, 130 (1958)

M. *Klein*, Ehrenfest's Contribution to the Development of Quantum Mechanics, Proc. Acad. Amsterdam B **62**, 41 (1999)

M. *Jammer*, The Conceptual Development of Quantum Mechanics, New York: McGraw-Hill (1966)

J. *Hulewicz* und T. *Piech*, Natanson Władysław (1864–1937), in: Polska Akademia Nauk (Hrsg.): Polski słownik biograficzny. **22**, Warschau u. a., 611 (1977)

J. *Mehra* und H. *Rechenberg*, The Historical Development of Quantum Theory, Bd. 1: 1900 –1925, Springer, Berlin (1982)

A. *Kastler*, On the Historical Development of the Indistinguishability Concept for Microparticles, in: A. *van der Merwe*

(Hrsg.) Old and New Questions in Physics, Cosmology and Theoretical Biology, New York (1983), S. 617

F. *Hund*, Geschichte der Quantentheorie, Bibliographisches Institut, Mannheim (1984)

S. *Bergia*, Who discovered Bose-Einstein-statistics?, in: M. G. *Doncel* (Hrsg.), Symmetries in Physics 1600 – 1980, Bellaterra: Univ. Barcelona (1987), S. 221

O. *Darrigol*, Statistics and Combinatorics in Early Quantum Theory – Parts I and II, Historical Studies in the Physical and Biological Sciences **19**, 17 (1988); **21**, 237 (1991)

O. *Darrigol*, From C-numbers to Q-numbers. The Classical Analogy in the History of Quantum Theory, University of California Press, Berkeley (1992)

O. *Darrigol*, The Historians' Disagreements over the Meaning of Planck's Quantum, Centaurus **43**, 219 (2001)

C.A. *Gearhart*, Planck, the Quantum, and the Historians, Physics in Perspective **4** 170 (2002)

B. *Średniawa*, Władysław Natanson (1864 – 1937), fizyk, kt ry wyprzedzał swoją epokę [Władysław Natanson (1864-1937), ein Physiker, der seiner Zeit weit voraus war]. Kwartalnik Historii Nauki i Techniki, **42**, 3 (1997)

B. *Średniawa*, Historia filozofii przyrody i fizyki w Uniwersytecie Jagiellońskim [Geschichte der Naturphilosophie und Physik an der Jagiellonen Universität], Rotprawy z dziejów nauki i techniki, Bd. 12, Warschau (2001)

L. *Navarro* und E. *Pérez*, Paul Ehrenfest on the Necessity of Quanta (1911), Archive for History of Exact Sciences **58**, 2 (2004), 97

K. *Hentschel*, Einstein und die Lichtquantenhypothese. Zur stufenweisen Anreicherung der Bedeutungsschichten von „Lichtquantum“, Naturwissenschaftliche Rundschau **58**, 6 [Juni 2005], 311 und 7 [Juli 2005], 363

S. G. *Brush*, How Ideas Became Knowledge: The Light Quantum Hypothesis 1905–1935, Historical Studies in the Physical and Biological Sciences **37**, 2 (2007), 205

O. *Keller*, Historical Papers on the Particle Concept of Light, Progress in Optics **50**, 51 (2007)

B. *Sredniawa*, Wladyslaw Natanson (1864–1937), Concepts of Physics **4**, 705 (2007); [http://merlin.fic.uni.lodz.pl/concepts/www/IV\\_4\\_705.pdf](http://merlin.fic.uni.lodz.pl/concepts/www/IV_4_705.pdf)

W. *Ketterle*, Bose Einstein Condensation: Identity Crisis for Indistinguishable Particles, in: J. *Evans* et al. (Hrsg.), Quantum Mechanics at the Crossroads, Springer, Berlin (2007), S. 159

D. *Monaldi*, A Note on the Prehistory of Indistinguishable Particles, Studies in History and Philosophy of Modern Physics **49**, 383 (2009)

D. *Greenberger*, K. *Hentschel* und F. *Weinert* (Hrsg.), Compendium of Quantum Physics. Concepts, Experiments, History and Philosophy, Springer, New York (2009)

M. *Waniek*, Der polnische Physiker Władysław Natanson (1864–1937), sein Leben und seine wissenschaftliche Arbeit, Magisterarbeit in der Abt. GNT, Universität Stuttgart (2011)

**Unveröffentlichte Quellen**

Archiv der Akademie der Wissenschaften in Krakau (Ahnentafel der Familie Natanson) K III – 122, j. 37

Archiv der Akademie der Wissenschaften in Krakau ( Aufsatzsammlung des jungen W. Natanson) K III – 122, j. 8

Archiv der Universität (Dissertationsmappe von Leopold Loria) WF II 504

Archiv der Universität (Dissertationsmappe von Marian Mięśowicz) WF II 504

Archiv der Universität in Krakau (Dissertationsmappe von Stanisław Loria)WF II 504

Archiv der Universität in Krakau (Dissertationsmappe von Stefan Rozentel) WF II 504.

Archiv der Universität in Krakau (Dissertationsmappe von Waclaw Staszewski) WF II 504.

Archiv der Universität in Krakau (Habilitationssmappe) WF II 121 u. 122.

Archiv der Universität in Krakau (Mitarbeitermappe) WF II 167.

**Empfehlenswerte Webseiten**

[http://dbserv.ihep.su/hist/owa/hw.fulltext-list\\_txt](http://dbserv.ihep.su/hist/owa/hw.fulltext-list_txt) (Download vieler Primärtexte)

<http://www.mpq.mpg.de/atomlaser/html/bose-einstein-kondensat.html>

<http://www.calcuttaweb.com/people/snbose.shtml> (über Bose)

[www.zwoje-scrolls.com/zwoje41/text10](http://www.zwoje-scrolls.com/zwoje41/text10) und [11.htm](http://www.zwoje-scrolls.com/zwoje41/text10) (über Natanson)

<http://www.lorentz.leidenuniv.nl/history/spin/goudsmit.html>

<http://www.ifpan.edu.pl/ON-1/Historia/natanson.htm>

<https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/24257/1/006.pdf>

**Tabelle: Doktoranden von Władysław Natanson**

Name	Thema der Doktorarbeit	Jahr
Stanisław Loria	Aus der Geschichte der Probleme und Methoden der Psychologie	1907
Waclaw Staszewski	Untersuchungen der Spannungsmessungen	1917
Leopold Infeld	Lichtwellen in der Relativitätstheorie	1921
Stefan Rozentel	Über die Dielektrizitätskonstante	1928
Marian Mięśowicz	Über kurze, langsam verschwindenden elektromagnetischen Wellen.	1932